HOJA 1: Concepto de raíz n-ésima

RECORDAR:

- Definición de raíz n-ésima: $\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$
- Caso particular de simplificación: $\sqrt[\cancel{n}]{x^{\cancel{n}}} = x$

*(Añade estas fórmulas al formulario, junto con la **lista de los 20 primeros cuadrados perfectos** que te indicará el profesor)*

1. Calcula, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no uses calculadora)**:

a) $\sqrt{9} =$

b) $\sqrt{25} =$

c) $\sqrt{49} =$

d) $\sqrt{100} =$

e) $\sqrt{1} =$

f) $\sqrt{0} =$

g) $\sqrt{\frac{1}{4}} =$

h) $\sqrt{\frac{1}{9}} =$

i) $\sqrt{\frac{4}{25}} =$

j) $\sqrt{\frac{16}{100}} =$

k) $\sqrt{-4} =$

l) $\sqrt{64} =$

m) $\sqrt{2^{14}} =$

n) $\sqrt{5^{10}} =$

o) $\sqrt{3^{6}} =$

p) $\sqrt{7^{4}} =$

q) $\sqrt{\frac{36}{25}} =$

r) $\sqrt{121} =$

s) $\sqrt{169} =$

t) $\sqrt{400} =$

u) $\sqrt{144} =$

2. Calcula, o bien aplicando mentalmente la definición de raíz, o bien pasando previamente a fracción generatriz **(sin calculadora)**:

a) $\sqrt{0{,}25} =$

b) $\sqrt{0{,}49} =$

c) $\sqrt{0{,}09} =$

d) $\sqrt{0{,}0025} =$

e) $\sqrt{0{,}64} =$

f) $\sqrt{0{,}04}=$

g) $\sqrt{0{,}\widehat{1}}=$

h) $\sqrt{2{,}25}=$

i) $\sqrt{2{,}\widehat{7}}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

3. Calcula, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no uses calculadora)**:

a) $\sqrt[3]{8}=$

b) $\sqrt[3]{27}=$

c) $\sqrt[3]{64}=$

d) $\sqrt[3]{1000}=$

e) $\sqrt[3]{-1}=$

f) $\sqrt[3]{-125}=$

g) $\sqrt[3]{-27}=$

h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$

i) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=$

j) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=$

k) $\sqrt[3]{-1000}=$

l) $\sqrt[3]{-\frac{125}{8}}=$

m) $\sqrt[3]{-8}=$

n) $\sqrt[3]{2^{15}}=$

o) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=$

p) $\sqrt[3]{a^{9}}=$

q) $\sqrt[3]{-64}=$

4. Calcula, o bien aplicando mentalmente la definición de raíz, o bien pasando previamente a fracción generatriz **(sin calculadora)**:

a) $\sqrt[3]{0{,}001}=$

b) $\sqrt[3]{0{,}008}=$

c) $\sqrt[3]{-0{,}027}=$

d) $\sqrt[3]{0{,}125}=$

e) $\sqrt[3]{0{,}216}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

5. Calcula, transformando previamente el radicando cuando sea necesario **(no vale calculadora)**:

a) $\sqrt{36}=$

b) $\sqrt[3]{729}=$

c) $\sqrt{729}=$

d) $\sqrt[4]{16}=$

e) $\sqrt[5]{-243}=$

f) $\sqrt{-8}=$

g) $\sqrt[3]{-8}=$

h) $\sqrt[6]{1}=$

i) $\sqrt[5]{-32}=$

j) $\sqrt[4]{81}=$

k) $\sqrt{5^2}=$

l) $\sqrt{\frac{25}{81}}=$

m) $\sqrt[6]{2^6}=$

n) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}=$

o) $\sqrt[5]{3^{15}}=$

p) $\sqrt[3]{0{,}064}=$

q) $\sqrt[4]{0{,}0001}=$

r) $\sqrt[6]{1\ 000\ 000}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

6. Utiliza la calculadora para hallar, con cuatro cifras decimales bien aproximadas:

a) $\sqrt[4]{8}\cong$

b) $\sqrt[5]{9}$

c) $\sqrt[6]{25}$

d) $\sqrt[3]{10}$

e) $\sqrt[5]{-15}$

f) $\sqrt[6]{-40}$

g) $\sqrt[4]{2^3}$

h) $\sqrt[5]{3^2}$

i) $\sqrt[6]{5^2}$

j) $\sqrt[8]{256}$

k) $\sqrt[3]{64}$

7. Acota los siguientes radicales entre dos enteros consecutivos, razonando el porqué (fíjate en los dos primeros ejemplos; no vale usar calculadora, salvo para comprobar los resultados):

a) $1<\sqrt{3}<2$ pq $1^2=1$ y $2^2=4$

b) $\sqrt{13}\cong 3,...$ pq $3^2=9$ y $4^2=16$

c) $<\sqrt{17}<$

d) $\sqrt{40}\cong$

e) $<\sqrt[3]{6}<$

f) $\sqrt[3]{100}\cong$

g) $<\sqrt{93}<$

h) $\sqrt[4]{57}\cong$

i) $<\sqrt[3]{-10}<$

HOJA 2: Radicales equivalentes. Simplificación de radicales

RECORDAR:

- Simplificación de radicales: $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n/p]{x^{m/p}}$
- Amplificación de radicales: $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot p]{x^{m \cdot p}}$
- Casos particulares de simplificación: $\cancel{\sqrt[n]{x^n}} = x$ $\quad \cancel{\left(\sqrt[n]{x}\right)^n} = x$

(Añade estas fórmulas al formulario)

1. Simplifica los siguientes radicales (y comprueba el resultado con la calculadora, cuando proceda); fíjate en el primer ejemplo:

a) $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4/2]{3^{2/2}} = \boxed{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt[8]{5^4}$

c) $\sqrt[9]{27}$

d) $\sqrt[5]{1024}$

e) $\sqrt[6]{8}$

f) $\sqrt[9]{64}$

g) $\sqrt[8]{81}$

h) $\sqrt[12]{x^9}$

i) $\sqrt[12]{x^8}$

j) $\sqrt[5]{x^{10}}$

k) $\sqrt[6]{a^2b^4}$

l) $\sqrt[10]{a^4b^6}$

m) $\sqrt[6]{2^3\,3^9} =$

n) $\sqrt[6]{5^3}$

o) $\sqrt[15]{2^{12}}$

p) $\sqrt[10]{a^8}$

q) $\sqrt[12]{a^4b^8}$

r) $\sqrt[15]{243}$

s) $\sqrt[4]{81}$

2. Estudia si los siguientes radicales son equivalentes; comprueba después con la calculadora:

a) $\sqrt{2}$, $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[10]{32}$

b) $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{243}$

3. Indica tres radicales equivalentes a $\sqrt{5}$ por amplificación, y comprueba con la calculadora.

HOJA 3: Operaciones con radicales (I)

RECORDAR:

- Propiedades de las raíces: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

  $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$

  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$

- Introducir/extraer factores: $x\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{x^n\cdot a}$

(Añade estas fórmulas al formulario)

1. Multiplica los siguientes radicales del mismo índice, simplificando siempre que sea posible (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\,\sqrt{32}=\sqrt{64}=\boxed{8}$

b) $\sqrt{2}\,\sqrt{15}=$

c) $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{4}=$

d) $\sqrt{3}\,\sqrt{27}=$

e) $\sqrt{3}\,\sqrt{4}=$

f) $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{5}=$

g) $\sqrt{32}\,\sqrt{8}=$ *(Sol : 16)*

h) $\sqrt{13}\,\sqrt{13}=$

i) $\sqrt[3]{9}\,\sqrt[3]{81}=$ *(Sol : 9)*

j) $\sqrt{2}\,\sqrt{8}\,\sqrt{16}=$ *(Sol : 16)*

k) $\sqrt{12}\,\sqrt{3}=$ *(Sol : 6)*

l) $2\sqrt{18}\cdot 3\sqrt{2}=$ *(Sol : 36)*

m) $\sqrt{2x^3}\,\sqrt{2x}=$ *(Sol : $2x^2$)*

n) $\sqrt{12}\,\sqrt{6}\,\sqrt{18}$ $(Sol: 36)$

o) $\left(2\sqrt{2}\right)^2=$ *(Sol: 8)*

p) $\left(3\sqrt{5}\right)^2=$ *(Sol: 45)*

2. **Multiplica los siguientes radicales de distinto índice**, simplificando siempre que sea posible (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\,\sqrt[4]{64}=\sqrt{2}\,\sqrt[4]{2^6}=\sqrt{2}\,\sqrt{2^3}=\sqrt{2^4}=2^2=\boxed{4}$

b) $\sqrt[6]{9}\,\sqrt[3]{9}=$ $(Sol: 3)$

c) $\sqrt[4]{x^{10}}\,\sqrt[6]{x^9}=$ $\left(Sol: \sqrt{x^5}\right)$

d) $\sqrt[6]{7^{10}}\,\sqrt[3]{49}=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{7^7}\right)$

e) $\sqrt[4]{1024}\,\sqrt[6]{8}=$ $(Sol: 8)$

f) $\sqrt[4]{4a^2}\,\sqrt{8a}=$ $(Sol: 4a)$

g) $\sqrt{3}\,\sqrt[6]{27}=$ $(Sol: 3)$

h) $\sqrt[6]{2^9}\,\sqrt[4]{1024}=$ $(Sol: 16)$

i) $\sqrt[4]{25}\,\sqrt{25}\,\sqrt{5}=$ $(Sol: 25)$

3. Simplifica, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{16}=\boxed{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=$ $(Sol: 2)$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}}=$

d) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=$

e) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=$ $(Sol: 3)$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=$ $(Sol: 2)$

g) $\sqrt{\dfrac{256}{729}}=$

h) $\dfrac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}=$ $\left(Sol: \sqrt{3}/2\right)$

i) $\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}}=$

j) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{512}}=$

k) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{625}} =$

l) $\dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt{8}}{\sqrt{32}} =$ $\left(Sol: 1/\sqrt{2}\right)$

m) $\dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$ $(Sol: 1)$

n) $\dfrac{\sqrt{8a^3}}{\sqrt{2a}} =$ $(Sol: 2a)$

4. **Divide los siguientes radicales de distinto índice**, simplificando siempre que sea posible (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{128}}{\sqrt[6]{8}} = \dfrac{\sqrt{2^7}}{\sqrt[6]{2^3}} = \dfrac{\sqrt{2^7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2^6} = 2^3 = \boxed{8}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{64}}{\sqrt[6]{8}} =$ $(Sol: 2)$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[6]{81}} =$ $\left(Sol: \sqrt[3]{9}\right)$

d) $\dfrac{\sqrt{5^5}}{\sqrt[4]{5^6}} =$ $(Sol: 5)$

e) $\dfrac{\sqrt[4]{a^{14}}}{\sqrt[6]{a^9}} =$ $\left(Sol: a^2\right)$

f) $\dfrac{\sqrt{7^3}}{\sqrt[4]{49}} =$ $(Sol: 7)$

g) $\dfrac{\sqrt[6]{x^{15}}}{\sqrt[10]{x^{15}}} =$ $(Sol: x)$

h) $\dfrac{\sqrt{a^3b^5}}{\sqrt{ab^3}} =$ $(Sol: ab)$

i) $\dfrac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{9}\,\sqrt{3}} =$ $(Sol: 1)$

j) $\dfrac{\sqrt[4]{4}\,\sqrt{2}}{\sqrt[6]{8}} =$ $\left(Sol: \sqrt{2}\right)$

k) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[6]{x^9}} =$ $(Sol: 1)$

l) $\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} =$ $(Sol: 5)$

m) $\sqrt{36}\,\sqrt[3]{125} - \dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{16}} =$ $(Sol: 59/2)$

HOJA 4: Operaciones con radicales (II)

1. Simplifica, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2=\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2=\sqrt[3]{2^4}=\boxed{\sqrt[3]{16}}$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^4=$ $(Sol: 4)$

c) $\left(\sqrt{3x^3y}\right)^3=$

d) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2\ \sqrt[3]{2}=$ $(Sol: 2)$

e) $\dfrac{\left(\sqrt{5}\right)^5}{\sqrt{5^3}}=$ $(Sol: 5)$

f) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6=$ $(Sol: a^4)$

g) $\left(\sqrt[6]{ab^2}\right)^2=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{ab^2}\right)$

2. Simplifica, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\sqrt{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}=$

c) $\sqrt{\sqrt[3]{25}}=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{5}\right)$

d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}=$

e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}=$ $(Sol: 2)$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}=$ $(Sol: 3)$

g) $\sqrt{\sqrt{12}}=$

h) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8=$ $(Sol: 2)$

i) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5x^7}}=$ $(Sol: x)$

j) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{15}}}=$ $\left(Sol: \sqrt[4]{x^5}\right)$

k) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7 =$ $\left(Sol: \sqrt{2x}\right)$

l) $\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\right)^6} =$ $(Sol: x)$

3. Introduce factores y simplifica (fíjate en el primer ejemplo):

a) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 2} = \sqrt{2^3} = \boxed{\sqrt{8}}$

b) $2\sqrt{3} =$

c) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}} =$ $\left(Sol: \sqrt{6}\right)$

d) $3\sqrt{2} =$

e) $3\sqrt{\dfrac{2}{27}} =$ $\left(Sol: \sqrt{2/3}\right)$

f) $3\sqrt[3]{3} =$

g) $6\sqrt{\dfrac{5}{12}} =$ $\left(Sol: \sqrt{15}\right)$

h) $3\sqrt[4]{5} =$

i) $ab\sqrt{\dfrac{c}{ab^3}} =$ $\left(Sol: \sqrt{\dfrac{ac}{b}}\right)$

j) $3\sqrt{7} =$

k) $2a\sqrt{\dfrac{3c}{2a}} =$ $\left(Sol: \sqrt{6ac}\right)$

l) $\sqrt{x\sqrt{x}} =$ $\left(Sol: \sqrt[4]{x^3}\right)$

m) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}} =$ $\left(Sol: \sqrt[3]{4}\right)$

n) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{2} =$ $(Sol: 2)$

4. Extrae factores y simplifica cuando proceda (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2^2\,2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{18}=$ $\left(Sol: 3\sqrt{2}\right)$

c) $\sqrt{98}=$ $\left(Sol: 7\sqrt{2}\right)$

d) $\sqrt{32}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{2}\right)$

e) $\sqrt{60}=$ $\left(Sol: 2\sqrt{15}\right)$

f) $\sqrt{72}=$ $\left(Sol: 6\sqrt{2}\right)$

g) $\sqrt{12}=$ $\left(Sol: 2\sqrt{3}\right)$

h) $\sqrt{128}=$ $\left(Sol: 8\sqrt{2}\right)$

i) $\sqrt{48}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{3}\right)$

j) $\sqrt{108}=$ $\left(Sol: 6\sqrt{3}\right)$

k) $\sqrt{162}=$ $\left(Sol: 9\sqrt{2}\right)$

l) $\sqrt{75}=$ $\left(Sol: 5\sqrt{3}\right)$

m) $\sqrt{200}=$ $\left(Sol: 10\sqrt{2}\right)$

n) $\sqrt{27}=$ $\left(Sol: 3\sqrt{3}\right)$

o) $\sqrt[3]{3^4 5^5}=$ $\left(Sol: 15\sqrt[3]{75}\right)$

p) $\sqrt[4]{80}=$ $\left(Sol: 2\sqrt[4]{5}\right)$

q) $\sqrt[3]{2592}=$ $\left(Sol: 6\sqrt[3]{12}\right)$

r) $\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{2}\right)$

s) $\sqrt[3]{500}=$ $\left(Sol: 5\sqrt[3]{4}\right)$

t) $\sqrt[3]{32x^4}=$ $\left(Sol: 2x\sqrt[3]{4x}\right)$

u) $\sqrt{686}=$ $\left(Sol: 7\sqrt{14}\right)$

v) $\sqrt{1936}=$ $\left(Sol: 44\right)$

w) $\sqrt[3]{81a^3b^5c}=$ $\left(Sol: 3ab\sqrt[3]{3b^2c}\right)$

x) $\sqrt[5]{64}=$ $\left(Sol: 2\sqrt[5]{2}\right)$

y) $\sqrt[3]{16x^6}=$ $\left(Sol: 2x^2\sqrt[3]{2}\right)$

z) $\sqrt{\dfrac{28x^5}{75y^3}}=$ $\left(Sol: \dfrac{2x^2}{5y}\sqrt{\dfrac{7x}{3y}}\right)$

α) $\dfrac{11\sqrt{132}}{132}=$ $\left(Sol: \sqrt{33}/6\right)$

β) $\dfrac{\sqrt{396}}{66}=$ $\left(Sol: \sqrt{11}/11\right)$

γ) $\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}}=$ $\left(Sol: \dfrac{a}{2}\sqrt{3}\right)$

δ) $\dfrac{\sqrt{11}\sqrt{132}}{132}=$ $\left(Sol: \sqrt{3}/6\right)$

ε) $\sqrt{25+\dfrac{25}{4}}=$ $\left(Sol: 5\sqrt{5}/2\right)$

ζ) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{50}=$ $\left(Sol: 30\sqrt{2}\right)$

η) $5\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4}{81}}=$ $\left(Sol: \dfrac{5}{3}\sqrt[3]{2}\right)$

5. Suma los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a radicales semejantes (fíjate en el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=\sqrt{2}+\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2 2}-\sqrt{2^5}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

FACTORIZAMOS RADICANDOS

EXTRAEMOS FACTORES

SUMAMOS RADICALES SEMEJANTES

b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=$ *(Sol: $6\sqrt{5}$)*

c) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=$ *(Sol: $6\sqrt{6}$)*

d) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}=$ *(Sol: $-6\sqrt{3}$)*

e) $2\sqrt{8}+5\sqrt{72}-7\sqrt{18}-\sqrt{50}=$ *(Sol: $8\sqrt{2}$)*

f) $\sqrt{32}+2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-2\sqrt{12}=$ *(Sol: $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$)*

g) $3\sqrt{24}-\frac{1}{3}\sqrt{54}+\sqrt{150}=$ *(Sol: $10\sqrt{6}$)*

h) $\sqrt[3]{54}-2\cdot\sqrt[3]{16}=$ *(Sol: $-\sqrt[3]{2}$)*

i) $5\sqrt{2}+4\sqrt{8}+3\sqrt{18}+2\sqrt{32}+\sqrt{50}=$ *(Sol: $35\sqrt{2}$)*

j) $2\sqrt{108}-\sqrt{75}-\sqrt{27}-\sqrt{12}-\sqrt{3}=$ *(Sol: $\sqrt{3}$)*

k) $\sqrt{128}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18}-3\sqrt{27}-\sqrt{2}=$ *(Sol: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$)*