

PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones:

a) 2, 5, 8, 11,...

d) $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{27}{40}, \frac{81}{80}, \dots$

b) 2, 6, 18, 54,...

e) $1, -\frac{3}{8}, -\frac{7}{27}, -\frac{11}{64}, -\frac{15}{125}, \dots$

c) $2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \dots$

f) $5, -15, 45, -135, \dots$

2. ¿Cuánto vale el término vigesimoquinto de una progresión aritmética en la que $a_{10} = 32$ y $d = 5$?

3. Halla el término a_{20} de una progresión aritmética en la que $a_8 = 12$ y $a_{12} = 32$.

4. Halla la suma de los 34 primeros términos de una progresión aritmética en la que a_1 vale -7 y $d 4$.

5. Calcula el término vigesimocuarto de la siguiente progresión geométrica: 4, -12 , 36, $-108, \dots$

6. Calcula la razón de una progresión geométrica en la que $a_6 = 27$ y $a_3 = 1$.

7. En una progresión geométrica $a_1 = 6$ y $r = 2$, ¿qué lugar ocupa el término que vale 6 144?

8. Halla la suma de los 21 primeros términos de una progresión geométrica en la que $r = \sqrt{2}$ y $a_1 = 2$.

PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS (Soluciones)

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones:

a) 2, 5, 8, 11, ... $a_n = 3n - 1$

b) 2, 6, 18, 54, ... $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

c) 2, 2, $\frac{8}{3}$, 4, $\frac{32}{5}$, ... $c_n = \frac{2^n}{n}$

d) $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{27}{40}, \frac{81}{80}, \dots$ $d_n = \frac{3^{n-1}}{5 \cdot 2^{n-1}}$

e) $-1, \frac{3}{8}, \frac{7}{27}, \frac{11}{64}, \frac{15}{125}, \dots$ $e_n = \frac{4n - 5}{n^3}$

f) 5, -15, 45, -135, ... $f_n = (-1)^{n+1} \cdot 5 \cdot 3^{n-1}$

2. ¿Cuánto vale el término vigesimoquinto de una progresión aritmética en la que $a_{10} = 32$ y $d = 5$?

Como en una progresión aritmética el término general viene dado por la expresión:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

para $n = 25$ será:

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1) \cdot 5$$

y a_1 lo podemos obtener de a_{10} :

$$a_{10} = 32 = a_1 + (10 - 1) \cdot 5 \Rightarrow a_1 = -13$$

Por lo que:

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1) \cdot 5 = -13 + 24 \cdot 5 = 107$$

3. Halla el término a_{20} de una progresión aritmética en la que $a_8 = 12$ y $a_{12} = 32$.

Sustituyendo en la expresión del término general y resolviendo el sistema que resulta:

$$\left. \begin{array}{l} a_8 = 12 = a_1 + (8 - 1) \cdot d \\ a_{12} = 32 = a_1 + (12 - 1) \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 = -23; d = 5$$

por lo que:

$$a_{20} = -23 + (20 - 1) \cdot 5 = 72$$

- 4.** Halla la suma de los 34 primeros términos de una progresión aritmética en la que a_1 vale -7 y $d = 4$.

Para una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

que para $n = 34$:

$$S_{34} = \frac{34 \cdot (-7 + a_{34})}{2} = \frac{34 \cdot (-7 + 125)}{2} = 2\,006$$

- 5.** Calcula el término vigesimocuarto de la siguiente progresión geométrica: $4, -12, 36, -108, \dots$

En la progresión dada $a_1 = 4$ y $r = -3$, luego:

$$a_{24} = 4 \cdot (-3)^{24-1} = 4 \cdot (-3)^{23}$$

- 6.** Calcula la razón de una progresión geométrica en la que $a_6 = 27$ y $a_3 = 1$.

Sustituyendo en la expresión del término general de una progresión geométrica para $n = 6$ y $n = 3$ y resolviendo el sistema que resulta:

$$\left. \begin{array}{l} a_6 = 27 = a_1 \cdot r^5 \\ a_3 = 1 = a_1 \cdot r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 3; a_1 = \frac{1}{9}$$

- 7.** En una progresión geométrica $a_1 = 6$ y $r = 2$, ¿qué lugar ocupa el término que vale 6 144?

Sustituyendo en la expresión del término general para este tipo de progresión:

$$6\,144 = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 1\,024 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^{10} = 2^{n-1} \Rightarrow 10 = n - 1 \Rightarrow n = 11$$

es decir, el término que vale 6 144 es el a_{11} .

- 8.** Halla la suma de los 21 primeros términos de una progresión geométrica en la que $r = \sqrt{2}$ y $a_1 = 2$.

Para un progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

luego, sustituyendo los datos del enunciado:

$$S_{21} = \frac{a_{21} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^{20} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{2 \cdot (\sqrt{2})^{21} - 2}{\sqrt{2} - 1} = 6\,987,48$$