Examen de Matemáticas I SOLUCIÓN
27 de febrero 2019

IES La Estrella Alumno:……………………………………………………………Grupo: 1º B Bach

Todos los problemas deben desarrollarse adecuadamente. No se aceptan respuestas sin procesos. No se puede utilizar calculadora.

48 **En el triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(5, 1)$, $C(3, -4)$, halla las ecuaciones de:**

a) La altura que parte de B.

b) La mediana que parte de B.

c) La mediatriz del lado CA.

, $|\vec{v}| = 5$, $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = 120°$.

$0° =$

a) La altura que parte de B, b_B, es una recta perpendicular a AC que pasa por el punto B:

$$\left.\begin{array}{l} b_B \perp AC(5, -7) \to \text{ el vector dirección de } b_B \text{ es } \vec{h}_B(7, 5) \\ B(5, 1) \in b_B \end{array}\right\} \to$$

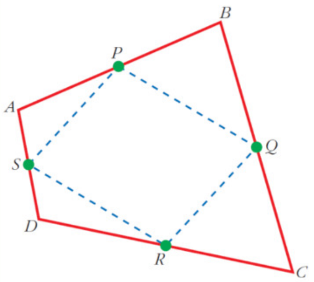
$$\to b_B: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \to \begin{cases} t = \dfrac{x-5}{7} \\ t = \dfrac{y-1}{5} \end{cases} \to \frac{x-5}{7} = \frac{y-1}{5} \to b_B: 5x - 7y - 18 = 0$$

b) m_B (mediana que parte de B) pasa por B y por el punto medio, m, de AC:

$$\left.\begin{array}{l} m\left(\dfrac{-2+3}{2}, \dfrac{3-4}{2}\right) = \left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{2}\right) \in m_B \\ B(5, 1) \in m_B \end{array}\right\} \to$$

52 **Los puntos medios de los lados de cualquier cuadrilátero forman un paralelogramo. Compruébalo con el cuadrilátero de vértices:**

$A(3, 8)$ $B(5, 2)$ $C(1, 0)$ $D(-1, 6)$



$$P\left(\frac{5+3}{2}, \frac{8+2}{2}\right) = (4, 5)$$

$Q(3, 1)$; $R(0, 3)$; $S(1, 7)$

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{PQ} = (3-4, 1-5) = (-1, -4) \\ \overrightarrow{SR} = (0-1, 3-7) = (-1, -4) \end{array}\right\} \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{SP} = (4-1, 5-7) = (3, -2) \\ \overrightarrow{RQ} = (3-0, 1-3) = (3, -2) \end{array}\right\} \overrightarrow{SP} = \overrightarrow{RQ}$$

30 **Dados los vectores $\vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{b} = -3\vec{u} + k\vec{v}$, siendo $\vec{u} = (2, 3)$ y $\vec{v} = (-3, 0)$, halla k de modo que $(\vec{a} + \vec{b})$ sea ortogonal a $(\vec{a} - \vec{b})$.**

☛ ***Escribe las coordenadas de $(\vec{a} + \vec{b})$ y $(\vec{a} - \vec{b})$.***

Si $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$, entonces $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$. Obtendrás una ecuación cuya incógnita es k.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{a} = 2(2, 3) - (-3, 0) = (7, 6) \\ \vec{b} = -3(2, 3) + k(-3, 0) = (-6 - 3k, -9) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (1 - 3k, -3) \\ \vec{a} - \vec{b} = (13 + 3k, 15) \end{cases}$$

Ahora, como el producto escalar de ambos vectores debe ser 0, por ser ortogonales:

$(1 - 3k, -3) \cdot (13 + 3k, 15) = 0 \to (1 - 3k)(13 + 3k) + (-3) \cdot 15 = 0$

$13 + 3k - 39k - 9k^2 - 45 = 0 \to 9k^2 + 36k + 32 = 0$

$$k = \frac{-36 \pm \sqrt{1\,296 - 1\,152}}{18} = \frac{-36 \pm \sqrt{144}}{18} =$$

$$= \frac{-36 \pm 12}{18} = \begin{cases} -24/18 = -4/3 = k_1 \\ -48/18 = -8/3 = k_2 \end{cases}$$

4.- (1,5 puntos)

Dados los puntos P (13, 8) y Q(-2,-4)

La recta $2x + 3y - 6 = 0$ determina, al cortar a los ejes de coordenadas, el segmento AB. Halla la ecuación de la mediatriz de AB.

a) **Encontrar un tercer punto que no forme un triángulo con P y Q. (0,25)**
b) **Encontrar el punto simétrico de P respecto de Q. (0,5)**
c) **Encontrar los puntos A y B que dividen el segmento PQ en tres partes iguales. (0,75)**

a) BASTA CON HACER $P+\vec{PQ} = (13,8)+(-15,-12) = \boxed{(-2,-4)}$

b) $\vec{PQ} = \vec{QP'}$; $Q-P = P'-Q$; $P' = 2Q+P = (-4,-8)+(13,8) = (9,0)$

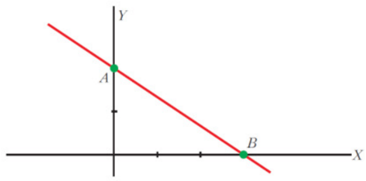
c) $A = P+\frac{\vec{PQ}}{3} = (13,8)+\frac{(-15,-12)}{3} = \boxed{(8,4)}$ $\quad B = A+\frac{\vec{PQ}}{3} = (8,4)+(-5,-4) = \boxed{(3,0)}$

6.- (2 puntos)

Halla también la longitud de la altura que pasa por el origen de coordenadas del triángulo OAB.

49 **La recta $2x + 3y - 6 = 0$ determina, al cortar a los ejes de coordenadas, el segmento AB. Halla la ecuación de la mediatriz de AB.**

☛ ***Después de hallar los puntos A y B, halla la pendiente de la mediatriz, inversa y opuesta a la de AB. Con el punto medio y la pendiente, puedes escribir la ecuación.***



• $A = r \cap$ eje Y: $\begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow 3y - 6 = 0 \rightarrow y = 2 \rightarrow A(0, 2)$

• $B = r \cap$ eje X: $\begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow B(3, 0)$

• $\left.\begin{array}{l} \vec{AB} = (3, -2) \perp m_{AB} \text{ (mediatriz de } AB) \rightarrow \vec{m}_{AB} = (2, 3) \\ M_{AB}\left(\frac{3}{2}, \frac{2}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 1\right) \text{ (punto medio de } AB) \in \text{mediatriz} \end{array}\right\} \rightarrow$

$\rightarrow y - 1 = \frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right) \rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} \rightarrow m_{AB}: 6x - 4y - 5 = 0$

Recta altura
- Pasa por $(0,0)$
$\vec{n} = (3,-2)$
$\boxed{3x-2y=0}$

Pto Corte
$\begin{cases} 3x-2y=0 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$

$-6x+4y=0$
$6x+9y=18$
$13y=18$

$y = \boxed{\frac{18}{13}}$

$x = \frac{2}{3}\cdot\frac{18}{13} = \boxed{\frac{12}{13}}$

$h = \sqrt{\left(\frac{18}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{1}{13}\sqrt{18^2+144} = \frac{1}{13}\sqrt{468} = \frac{21'63}{13} = \boxed{1'66}$