

La función logarítmica

Ya conocemos los logaritmos en cualquier base. Recordamos que $\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$, y que las bases más comunes son:

- $b = 2 \rightarrow$ **logaritmo binario**, útil en informática y en teoría de la información
- $b=10 \rightarrow$ **logaritmo decimal**, usado en el cálculo del pH, la escala Ritcher o los decibelios. Se escribe $\log(x)$.

Una vez que hemos introducido el número e, éste se utiliza para definir otro logaritmo: $b = e \rightarrow$ **logaritmo NATURAL o NEPERIANO**. Se escribe **ln** o **Ln** (abreviatura de logaritmo neperiano). Aunque te parezca *poco natural*, el inventor de los logaritmos (John Napier) utilizó por primera vez una base muy parecida al número e, por eso la utilizamos y la denominamos natural.

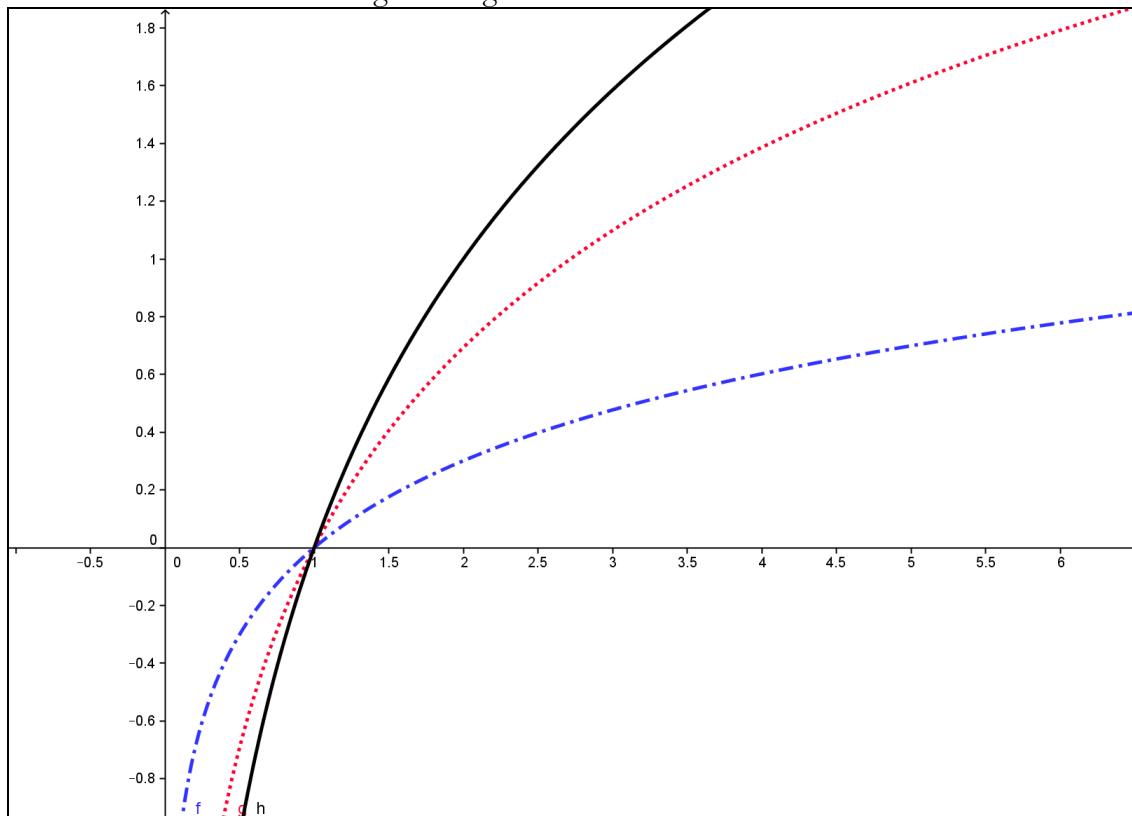
Así escribimos: $\ln(x) = \log_e x = y \Leftrightarrow e^y = x$

Los logaritmos neperianos no pueden calcularse con operaciones algebraicas habituales, salvo en casos muy sencillos. Necesitamos siempre la calculadora.

Con ayuda de la calculadora completamos la siguiente tabla. Después representamos los puntos para obtener la gráfica de las distintas funciones logarítmicas que dependen de la base del logaritmo.

x	log(x)	$\log_2(x)$	ln(x)
0,5	-0.301	-1	-0.69
1	0	0	0
2	0.301	1	0.693
...

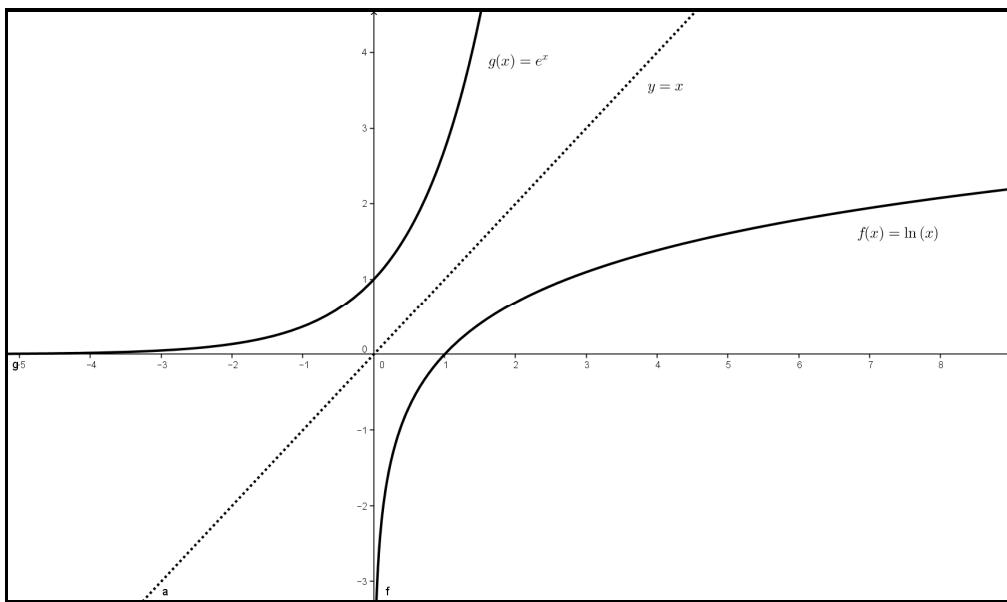
Al hacerlo obtendremos las siguientes gráficas:



Propiedades de la gráfica del logaritmo

Todas las funciones logarítmicas son parecidas. Su forma cambia si la base es positiva y menor de 1. Las propiedades comunes a $f(x) = \log_b x$ si $1 < b$ son:

- Dominio: $\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$
Ya que NO EXISTE ni $\log 0$ ni $\log(x)$ si x es negativo.
- Asintota vertical por la derecha: $x = 0$. Observa que no hay gráfica en los números negativos.
- No tiene asíntotas horizontales ni oblicuas.
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(x) = +\infty$
- Todas cortan al eje OX en el punto $(1,0)$
- No cortan al eje OY.
- Es una función creciente en $(0, +\infty)$
- Cuanto mayor es la base del logaritmo el crecimiento de la función es más lento.
- Las gráficas de las funciones $f(x) = \log_b x$ y $g(x) = b^x$ son simétricas respecto de la bisectriz del primer cuadrante (la recta $y = x$)



OBSERVACIÓN: si utilizas la fórmula de cambio de base de logaritmos verás que puedes calcular todos los logaritmos neperianos a partir de los logaritmos decimales o viceversa:

$$f(x) = \ln(x) = \log_e x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} e} = 2,3025 \cdot \log_{10} x$$

Asimismo la gráfica del logaritmo neperiano es el resultado de multiplicar aproximadamente por 2 la gráfica del logaritmo decimal, de modo que se “parecen” necesariamente.