Examen de Matemáticas Aplicadas a las CCSS I
26 de febrero 2018

IES La Estrella

SOLUCIÓN

1.- (1,5 total)

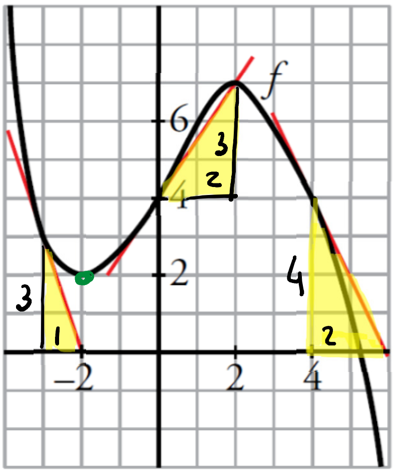
Observa la gráfica de f en la que se han trazado las tangentes en $x=-3$, $x=0$ y $x=4$ y responde.

a) ¿Cuál es el valor de $f'(-3)$, $f'(0)$ y $f'(4)$?

b) ¿En qué puntos es $f'(x)=0$?

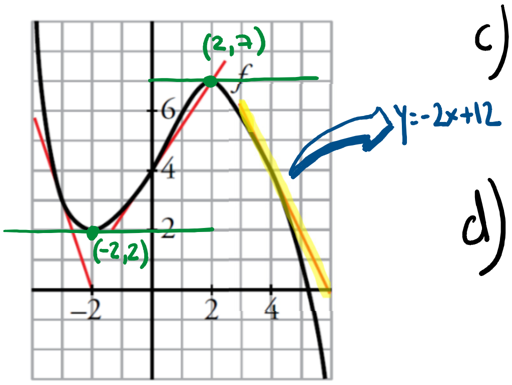
c) En $x=1$, ¿la derivada es positiva o negativa? ¿Y en $x=3$?

d) Proporcionar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f por el punto de abcisa $x=4$. (1)



a) $f'(-3) = -\frac{3}{1} = -3$ $\quad f'(0) = \frac{3}{2}$ $\quad f'(4) = \frac{-4}{2} = -2$

b) En $x=-2$ ó $(-2,2)$ } Son puntos con tangente horizontal } MIN
En $x=2$ ó $(2,7)$ } MAX



c) En $x=1$ $f'(1)$ POSITIVA
En $x=3$ $f'(3)$ NEGATIVA

d) $y - f(4) = f'(4)(x-4)$ → recta tangente

$\boxed{y - 4 = -2(x-4)}$ $\quad \boxed{y = -2x + 12}$

2.- Responde y explica tu respuesta detalladamente.(0.75)

¿Verdadero o falso?

a) La derivada de una función, $y=f(x)$, en $x=a$ es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto. V ES LA DEFINICIÓN

b) $f'(3)=0$ significa que la tangente a la gráfica de $y=f(x)$ en $x=3$ es paralela al eje X. V $f'(3)=0 \Rightarrow m=0$

c) Si $f'(2)>0$, entonces f es creciente en el punto de abscisa 2. V Si $f'(2)>0 \Rightarrow$ recta tg. con pte. positiva $\Rightarrow f$ creciente

3.- Dada la función $f(x)=2x^3-3x^2-12x+8$ con función derivada $f'(x) = 6x^2-6x-12$

Se pide:

a) Determinar los puntos de corte con el eje OX (0,5)

La ecuación $2x^3-3x^2-12x+8=0$ NO tiene soluciones ENTERAS.

Tomamos como soluciones $x \simeq -2$ $\quad x \simeq 0'5$ $\quad x \simeq -3$

b) Determinar los intervalos de signo constante de la función (0,5)

A partir de (a) basta tomar puntos en

$(-\infty,-2)$	$(-2,0'5)$	$(0'5,3)$	$(3,+\infty)$
$f(x)<0$	$f(x)>0$	$f(x)<0$	$f(x)>0$
NEGATIVA	POSITIVA	NEGATIVA	POSITIVA

c) Estudiar los puntos *candidatos* a ser máximos o mínimos locales. (1)

Son los puntos con tangente horizontal $\Rightarrow$ son los puntos en los que $f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2-6x-12=0 \Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm 3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ POSIBLES MÁXIMOS/MÍNIMOS $\boxed{x=2 \quad x=-1}$

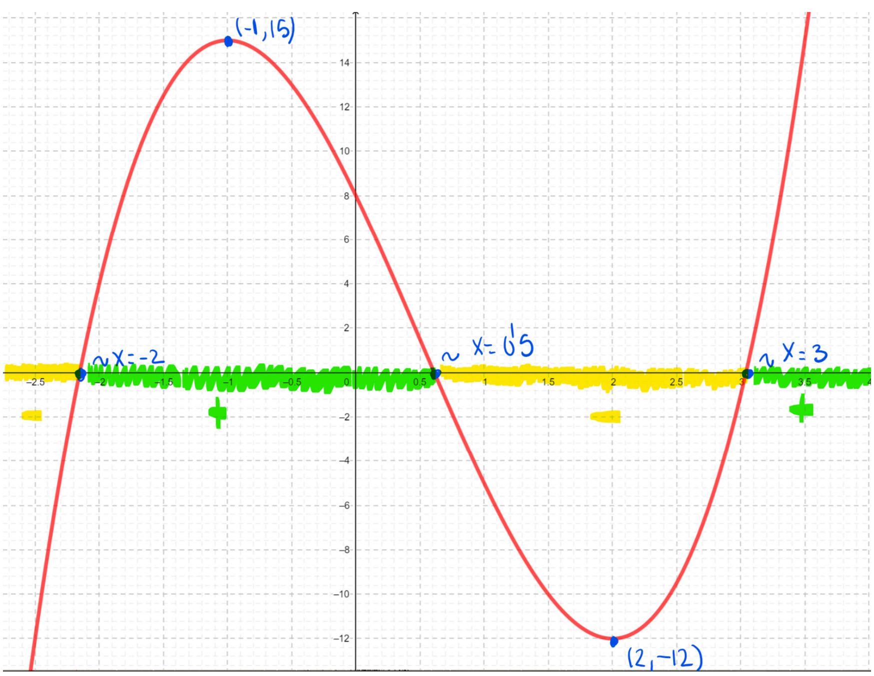
d) Proporcionar los puntos de máximo y mínimo local si los hubiera de la función. (0,5)

Como $f(2)=2\cdot 2^3-3\cdot 2^2-12\cdot 2+8 = 16-12-24+8=-12$

$f(-1)=2(-1)^3-3(-1)^2-12(-1)+8=-2-3+12+8=15$

Parece que f alcanza un máximo relativo en $x=-1$ y un mínimo relativo en $x=2$

e) Representar con precisión la función. (0,75)



(3,25)

4.- Halla la función inversa de $f(x) = 2x + 4$ y comprueba con su composición que en efecto, son funciones inversas. Explica como son sus gráficas. (1)

$y = 2x+4$; $y-4 = 2x$; $x = \frac{y-4}{2}$; $\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x-4}{2} = \frac{x}{2} - 2}$

$(f^{-1} \circ f)(x) = x \xrightarrow{f} 2x+4 \xrightarrow{f^{-1}} \frac{2x+4}{2} - 2 = x+2-2 = x$

SON INVERSAS

5.- Halla el dominio de definición de la función: (1)

$f(x) = \sqrt{2x^2 - 8}$

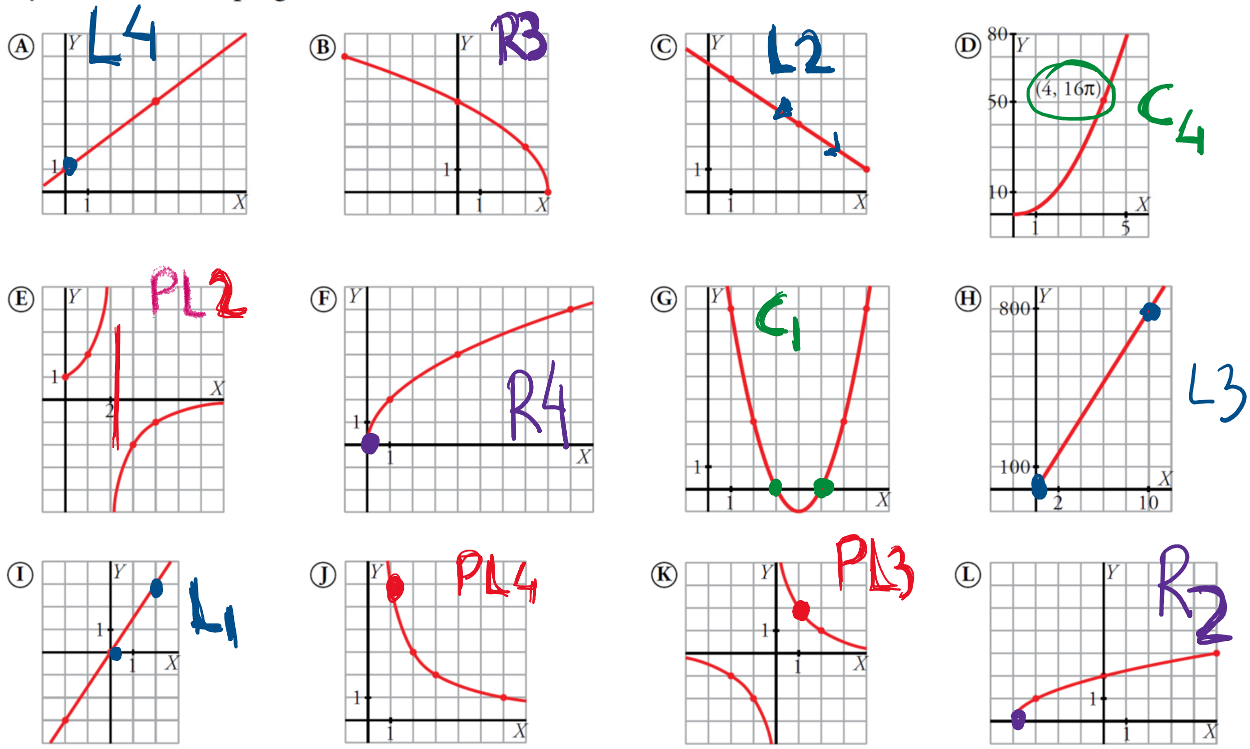
$\exists f(x) \Leftrightarrow 2x^2 - 8 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x^2-4) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow$

$x \geq 2$ ó $x \leq -2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$D(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 2)$

6.- (3)

Asocia a cada una de las siguientes gráficas una de las ecuaciones de abajo. Observa que hay más ecuaciones que gráficas.



LINEALES	CUADRÁTICAS	PROPORCIONALIDAD INVERSA	RADICALES
L_1 $y = \frac{3}{2}x$	C_1 $y = x^2 - 8x + 15$	PI_1 $y = \frac{1}{x}$	R_1 $y = \sqrt{2x+4}$
L_2 $y = -\frac{2}{3}(x-1) + 5$	C_2 $y = (x+3)(x+5)$	PI_2 $y = \frac{2}{2-x}$	R_2 $y = \sqrt{x+4}$
L_3 $y = 25\pi x$	C_3 $y = x^2,\ x > 0$	PI_3 $y = \frac{2}{x}$	R_3 $y = 2\sqrt{4-x}$
L_4 $y = \frac{3}{4}x + 1$	C_4 $y = \pi x^2,\ x > 0$	PI_4 $y = \frac{6}{x},\ x > 0$	R_4 $y = \sqrt{4x},\ x > 0$

A L4
B R3
C L2
D C4

E PL2
F R4
G C1
H L3

I L1
J PL4
K PL3
L R2

$0'25 \times 12 = \boxed{3}$