

XXI CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS*Soluciones 2ª Fase Nivel II*

1. (A) No nos queda otra que operar:

A) $(20 - 17) \cdot (20 + 17) = 3 \cdot 37 = 111$

B) $201 + 7 \cdot 20 + 17 = 201 + 140 + 17 = 358$

C) $20 \cdot 17 - (201 + 7) = 340 - 208 = 132$

D) $20 \cdot (1 + 7) - 20 - 17 = 20 \cdot 8 - 20 - 17 = 160 - 20 - 17 = 123$

E) $20 + 17 + 20 + 17 = 74$

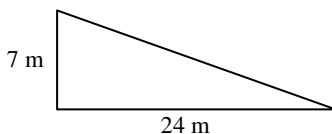
El resultado más cercano a 100 es el de la operación A.

2. (E) Sabemos que las pirámides de base cuadrada tiene 5 vértices y los prismas de base cuadrada tiene tres vértices más, es decir, 8 vértices. Si las 42 figuras fuesen prismas, contaríamos $8 \cdot 42 = 336$ vértices, o sea, nos pasaríamos en $336 - 288 = 48$ vértices. Como por cada tres vértices que nos pasamos representa una pirámide, Alba tiene $48 : 3 = 16$ pirámides.

3. (E) Si Esmeralda pensó que el melón pesaba 2 kg es porque la báscula marcó 2180 gramos, $(2000 + 180)$. Por tanto, el peso real del melón es lo que marcó la báscula más 120 gramos, es decir, $2180 + 120 = 2300$ gramos.

4. (A) En un triángulo rectángulo sabemos que su área podemos calcularla tomando un cateto como base y el otro como altura. Así pues:

$$\text{Área} = \frac{\text{CAT} \times \text{cat}}{2} \Rightarrow 84 = \frac{24 \times \text{cat}}{2} \Rightarrow \text{cat} = 7 \text{ m.}$$



Y la hipotenusa la calculamos con nuestro querido teorema de Pitágoras:

$$\text{hip}^2 = \text{CAT}^2 + \text{cat}^2 \Rightarrow \text{hip}^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 \Rightarrow \text{hip} = 25 \text{ m.}$$

5. (C) Operemos con el corazón:

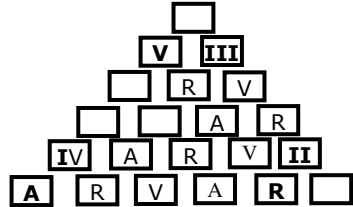
I. $8 \heartsuit 2 - 2 \heartsuit 8 = 8 \cdot (8 + 2) - 2 \cdot (2 + 8) = 60 \quad 6 \heartsuit 4 = 6 \cdot (6 + 4) = 60$

(La afirmación I es cierta)

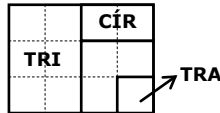
II. $4 \heartsuit b = 28 \Rightarrow 4 \cdot (4 + b) = 28 \Rightarrow 4 + b = 7 \Rightarrow b = 3$

(La afirmación II también es cierta)

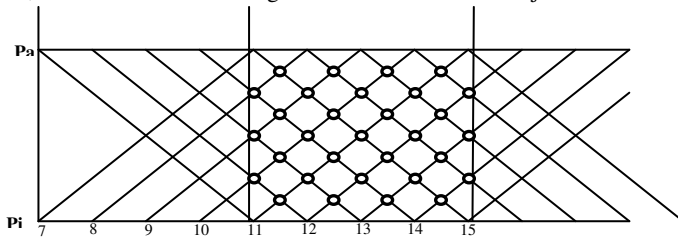
6. (D) No nos quedemos parados, solo hay que probar. El ladrillo I puede ser Rojo o Verde. Si supones que es Rojo, verás que al ir asignando los colores a los ladrillos de la pared, llegas a una situación no válida. Así que ha de ser Verde. De esta manera se llega a la solución válida: V–A–A.



7. (B) Si representamos mediante un rectángulo las figuras que tiene Don Retorcido, vemos que un cuadradito contiene 20 figuras. Así pues, hay $6 \cdot 20 = 120$ triángulos.



8. (B) En efecto, este problema es un poco trastornante. Hay más cruces de los que parece en un principio, ten en cuenta que hay cruces a las horas en punto y a las medias. Por suerte, cuando Juan Jesús navegó de Pi a Pa hizo este dibujo:



Se producen 31 cruces.

9. (E) ¿Qué número hay que sumar a -7 para obtener -1 ? $-7 + P = -1$, $P = 6$.
 ¿Qué número hay que restar a -5 para obtener 4 ? $-5 - Q = 4$, $Q = -9$.
 ¿Qué número hay que restar a 9 para obtener -4 ? $9 - R = -4$, $R = 13$.
 La suma de P , Q y R es $6 + (-9) + 13 = 10$

10. (A) Don Retorcido empezó con una hoja de $40 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ y, después de sus dos primeros cortes pasó a tener cuatro piezas de $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Por último, acabó con dieciséis hojitas de $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, por lo que el perímetro total final es $16 \cdot (10 + 10 + 5 + 5) = 480 \text{ cm}$.

11. (C) Si representamos con cuadraditos BLANCOS los versos que se saben y con cuadraditos NEGROS los que aún no se saben...

Ana: □□□ ■■

Berta: □□□ ■■■ ■■■

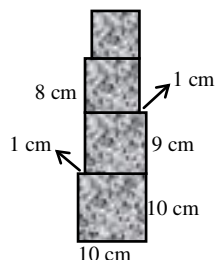
Carolina: ■■ ■■ ■■■ ■■■ ■■■ ■■■ ■■■ ■■■

Como los cuadraditos negros de Carolina representan a 48 versos, cada cuadradito son $48:16 = 3$ versos.

Las amigas tenían que aprenderse un total de $(5 + 9 + 16) \cdot 3 = 90$ versos.

12. (C) El perímetro nos lo da esta cuenta:

$$10 + 2 \cdot (10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) + 10 \cdot 1 = 130 \text{ cm.}$$



13. (B)

A	D	G	$21 = 3 \cdot 7$
B	E	H	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
C	F	I	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
$112 = 2^4 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$45 = 3^2 \cdot 5$	

El 7 podemos colocarlo fácilmente sin más que ver en qué fila y columna coinciden un factor 7.

Igual ocurre con el 5.

A=7	D	G	$21 = 3 \cdot 7$
B	E	H=5	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
C	F	I	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
$112 = 2^4 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$45 = 3^2 \cdot 5$	

Ahora vamos con el $8 = 2^3$. Su lugar debe ser C o F pero hay que descartar F porque si no, D o E deberían ser 9 y si miramos sus filas correspondientes vemos que no puede ser.

A=7	D	G	$21 = 3 \cdot 7$
B	E	H=5	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
C=8	F	I	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
$112 = 2^4 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$45 = 3^2 \cdot 5$	

Y ya podemos saber quiénes son B y E.

A=7	D	G	$21 = 3 \cdot 7$
B=2	E=6	H=5	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
C=8	F	I	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
$112 = 2^4 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$45 = 3^2 \cdot 5$	

Y ya terminamos: el 4 solo puede ser F y podemos rellenar toda la cuadrícula.

A=7	D=3	G=1	$21 = 3 \cdot 7$
B=2	E=6	H=5	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
C=8	F=4	I=9	$288 = 2^5 \cdot 3^2$
$112 = 2^4 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$45 = 3^2 \cdot 5$	

14. (A) Si escribimos la multiplicación en la forma habitual es muy sencillo y entretenido ir averiguando los valores de las letras. Con un primer vistazo averiguamos que la E ha de valer 7. Y ya puedes seguir tú hasta que encuentres la solución. Piensa bien en las que te llevas cada vez.

$$A+B+C+D+E = 4+2+8+5+7 = 26$$

$$\begin{array}{r} 1ABCDE \\ \times \quad 3 \\ \hline ABCDE1 \\ 142857 \\ \times \quad 3 \\ \hline 428571 \end{array}$$

15. (C) Cada ángulo de un octógono regular mide:

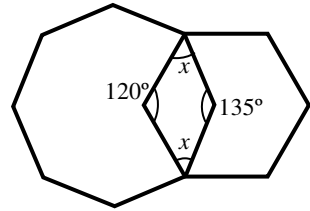
$$\frac{6 \cdot 180^\circ}{8} = 135^\circ.$$

Y cada ángulo de un hexágono regular mide

$$\frac{4 \cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ.$$

Así pues, fijándonos en el cuadrilátero central

podemos hallar el ángulo pedido, $x + x + 120^\circ + 135^\circ = 360^\circ \rightarrow x = 52,5^\circ$.



16. (E) Como $\text{mcm}(a, b) = 2^2 \cdot 3$ y $\text{mcm}(a, c) = 3 \cdot 5$, deducimos que, a la fuerza, $a = 3$. De esta manera, b solo puede tomar dos valores, $b = 2^2 = 4$ o $b = 3 \cdot 4 = 12$ y con c ocurre algo similar, $c = 5$ o $c = 3 \cdot 5 = 15$. La única suma imposible de $b + c$ es 7.

17. (A) Podemos llamar A, B, C a cada una de las tarjetas y A_1 y A_2 a cada una de las dos caras de la tarjeta A . Así vemos que al voltearlas hay ocho posibilidades:

$$\begin{array}{ccccccc} A_1 B_1 C_1 & A_1 B_1 C_2 & A_1 B_2 C_1 & A_1 B_2 C_2 & & & \\ A_2 B_1 C_1 & A_2 B_1 C_2 & A_2 B_2 C_1 & A_2 B_2 C_2 & & & \end{array}$$

El enunciado nos dice que la suma total de todas esas caras que ahí aparecen es 120. Como cada cara aparece cuatro veces podemos deducir que la suma de las seis caras es $120:4 = 30$.

Y terminamos, la suma de las caras que no se ven es $30 - (9 + 4 + 7) = 10$.

18. (D) Si $\text{Área} = 100\pi \text{ m}^2 \rightarrow 100\pi = \pi r_1^2 \rightarrow r_1^2 = 100 \rightarrow r_1 = 10 \text{ m}$

$$\text{Si Perímetro} = 100\pi \text{ m} \rightarrow 100\pi = 2\pi r_2 \rightarrow r_2 = 50 \text{ m}$$

La diferencia entre sus radios son 40 metros.

19. (B) La condición del enunciado dice que $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot A = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot B$ y operando obtenemos que

$$\frac{3}{10} \cdot A = \frac{2}{5} \cdot B, \text{ es decir, } 15A = 20B, \text{ por tanto, si dividimos todo entre 5 obtenemos}$$

la respuesta: $3A = 4B$.

20. (C) En el recinto **A** debemos colocar los números desde el 1 hasta el 20 que sean mayores que 11 y no sean múltiplos ni de 4 ni de 6.

¿Qué números son esos? Pues el 13, el 14, el 15, el 17 y el 19. Cinco números.

21. (D) Escribimos los tres números como potencias de exponente 17 y comparamos:

$$P = 11^{51} = 11^{3 \cdot 17} = (11^3)^{17} = 1331^{17} \quad Q = 1317^{17} \quad R = 37^{34} = 37^{2 \cdot 17} = (37^2)^{17} = 1369^{17}$$

Respondemos: $Q < P < R$.

22. (E) Este es un problema para recordar algunos cuadrados perfectos. Si escribimos entre paréntesis las teclas pulsadas y entre corchetes los números reales con los que se ha hecho la operación, tenemos:

$$(12) \cdot (12) = 1156 = [34] \cdot [34] \Rightarrow (1) \rightarrow [3] \quad (2) \rightarrow [4]$$

$$(3) \cdot (3) = 81 = [9] \cdot [9] \Rightarrow (3) \rightarrow [9]$$

$$(45) \cdot (45) = 144 = [12] \cdot [12] \Rightarrow (4) \rightarrow [1] \quad (5) \rightarrow [2]$$

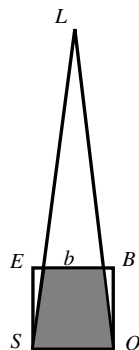
$$(67) \cdot (67) = 5625 = [75] \cdot [75] \Rightarrow (6) \rightarrow [7] \quad (7) \rightarrow [5]$$

Las únicas teclas que quedan por pulsar son el (8) y el (9) y los únicos números por asignar son el [6] y el [8]. Por tanto, si pulso (8) es en realidad un [6] y si pulso (9) es en realidad un [8].

23. (A) Sabemos que el lado del cuadrado *BESO* mide 4 cm y, por tanto, la altura del triángulo *SOL* (como tiene área 32 cm^2) ha de medir 16 cm. Para calcular el área del trapecio nos falta saber la longitud b de su base menor. Fíjate que el triángulo superior blanco es semejante a *SOL*, así pues el cociente entre sus alturas es igual al cociente entre sus bases:

$$\frac{16 - 4}{16} = \frac{b}{4} \rightarrow b = \frac{4 \cdot 12}{16} = 3 \text{ cm.}$$

$$\text{Área del trapecio: } \frac{4 + 3}{2} \cdot 4 = 14 \text{ cm}^2.$$



24. (C) Como la frase «dentro de dieciséis años mi edad será el doble que la que tenía hace dos años» se dirá dentro de cinco años, si la pronunciáramos hoy sería «dentro de veintiún años mi edad será el doble que la que tendré dentro de tres años». Si x representa la edad que tengo hoy, la ecuación que se corresponde con dicha situación es $x + 21 = 2(x + 3)$.

25. (B) La suma de los primos menores que 40 es:

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 + 37 = 197$$

Por tanto Gustavita se equivocó en el número $230 - 197 = 33$.