



1.- (1.5 puntos) Resuelve la ecuación logarítmica siguiente y comprueba las soluciones.

$$\frac{\log(3x^2+1)}{\log(x+3)} = 2 \quad ; \quad \log(3x^2+1) = 2 \log(x+3);$$

$$\log(3x^2+1) = \log(x+3)^2; \quad 3x^2+1 = x^2+6x+9;$$

$$2x^2-6x-8=0; \quad x^2-3x-4=0; \quad x=4$$

$$x=-1$$

Comprobación

Si $x=4$ $\frac{\log(49)}{\log(7)} = \frac{2 \cancel{\log 7}}{\cancel{\log 7}} = 2$

VÁLIDA

Si $x=-1$ $\frac{\log(4)}{\log 2} = \frac{2 \cancel{\log 2}}{\cancel{\log 2}} = 2$

VÁLIDA

2.- (1 punto) Calcula y proporciona el resultado simplificado al máximo y en forma radical.

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{4}{9} + \frac{3}{4} - \frac{4\sqrt{3}}{6} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{43}{36} - \frac{4\sqrt{3}}{6} \right);$$

$$= \frac{43\sqrt{3}}{24} - \frac{12 \cdot 3}{12} = \frac{43\sqrt{3}}{24} - 3$$

3.- (1 punto) Sin utilizar la calculadora, calcula la siguiente operación con radicales. Proporciona el resultado simplificado y racionaliza si fuera necesario.

$$\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}+2\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} + \frac{(2\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} =$$

$$= \frac{7+135+2\sqrt{35}+2 \cdot 5}{2} + \frac{2 \cdot 7 - 2\sqrt{35} - \sqrt{35} + 5}{2} = \frac{17+3\sqrt{35}+19-3\sqrt{35}}{2} = 18$$

4.- (1 punto) Sabiendo que $\ln x = 0,25$, $\ln y = 0,15$ y $\ln 10 = 2,3$ utiliza las propiedades de los logaritmos para obtener el valor de la expresión siguiente. No puede utilizarse la calculadora.

$$\log\left(\frac{y\sqrt{x}}{0.1}\right) - \ln x^2 = \lg y + \frac{1}{2} \lg x - \lg 0.1 - 2 \ln x =$$

$$\left(\lg y = \frac{\ln y}{\ln 10} = \frac{0.15}{2.3} = 0.065 \right) \left(\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{0.25}{2.3} = 0.108 \right)$$

$$= \lg y + \frac{1}{2} \cdot \lg x - (-1) - 2 \cdot 0.25 = 0.065 - \frac{1}{2} \cdot 0.108 + 1 - 0.5 =$$

$$= 0.511$$

5.- (1 punto) Calcula sin utilizar la calculadora:

$$3 \log \sqrt{300} - \ln(\sqrt[3]{e}) + \log 300 - \log(0.0001^3) - \log \sqrt{3000} = \frac{3}{2} (\lg 3 + \lg 10) - \frac{1}{3} \ln e +$$

$$+ \lg 3 + \lg 10 - \lg(10^{-12}) - \frac{1}{2} (\lg 3 + \lg 1000) = \frac{9}{2} \lg 3 + 3 - \frac{1}{3} +$$

$$+ \lg 3 + 2 + 12 - \frac{1}{2} \lg 3 - \frac{3}{2} = \left(\frac{9}{2} + 1 - \frac{1}{2} \right) \lg 3 + 17 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} =$$

$$= 5 \lg 3 + \frac{91}{6} = 2.38 + 15.16 = 17.54$$

6.- (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación exponencial. Puedes utilizar la calculadora libremente.

$$120e^{-0.25x^2} = 10; \quad e^{-0.25x^2} = \frac{10}{120}; \quad -0.25x^2 = \ln \frac{10}{120} = \ln \frac{1}{12}$$

$$x = \sqrt{\frac{-\ln 12}{-0.25}} = \sqrt{\frac{-2.4849}{-0.25}} = \sqrt{9.9396} = 3.15$$

7.- (1.5 puntos) Resuelve la siguiente ecuación irracional y comprueba las soluciones.

$$\sqrt{x^4 + 2x^2 - x + 1} + x^2 = 1$$

$$\sqrt{x^4 + 2x^2 - x + 1} = 1 - x^2; \quad \cancel{x^4 + 2x^2 - x + 1 = 1 + x^4 - 2x^2}$$

$$4x^2 - x = 0$$

$$x(4x - 1) = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

no válida

Si $x = 0$ $\sqrt{1 + 0^2} = 1$ VÁLIDA

Si $x = \frac{1}{4}$ $\sqrt{\frac{1}{256} + 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1} + \frac{1}{16} = \sqrt{\frac{1 + 32 - 64 + 256}{256}} + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \sqrt{161} + \frac{1}{16} \neq 2$ NO VÁLIDA

8.- (2 puntos) Resuelve la siguiente ecuación racional y comprueba las soluciones.

$$1 - \frac{19}{x^2} = \frac{216}{x^6}$$

$$x^6 - 19x^3 = 216; \quad x^6 - 19x^3 - 216 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 19t - 216 = 0; \quad t = -8 \quad t = 27$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$\boxed{x = 3}$$