



1.- (1.5 puntos) Resuelve la ecuación logarítmica siguiente y comprueba las soluciones.

$$\frac{\log(3x^2 + 1)}{\log(x+3)} = 2 ; \log(3x^2 + 1) = 2 \log(x+3)$$

$$\log(3x^2 + 1) = \log(x+3)^2 ; 3x^2 + 1 = x^2 + 6x + 9$$

$$2x^2 - 6x - 8 = 0 ; x^2 - 3x - 4 = 0 ; \begin{array}{l} x=4 \\ x=-1 \end{array}$$

Comprobación

$$\text{Si } \boxed{x=4} \quad \frac{\log(49)}{\log(7)} = \frac{2 \cancel{\log 7}}{\cancel{\log 7}} = 2$$

VALIDO

$$\text{Si } \boxed{x=-1}$$

$$\frac{\log(1)}{\log 2} = \frac{2 \cancel{\log 2}}{\cancel{\log 2}} = 2$$

VALIDO

2.- (1 punto) Calcula y proporciona el resultado simplificado al máximo y en forma radical.

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( \frac{4}{9} + \frac{3}{4} - \frac{4\sqrt{3}}{6} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( \frac{43}{36} - \frac{4\sqrt{3}}{6} \right), \\ &= \frac{43\sqrt{3}}{24} - \frac{12\cdot 3}{12} = \boxed{\frac{43\sqrt{3}}{24} - 3} \end{aligned}$$

3.- (1 punto) Sin utilizar la calculadora, calcula la siguiente operación con radicales. Proporciona el resultado simplificado y racionaliza si fuera necesario.

$$\frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} + \frac{(2\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} =$$

$$= \frac{7 + \sqrt{35} + 2\sqrt{35} + 2\cdot 5}{2} + \frac{2\cdot 7 - 2\sqrt{35} - \sqrt{35} + 5}{2} = \frac{17 + 3\sqrt{35} + 19 - 3\sqrt{35}}{2} = \boxed{18}$$

4.- (1 puntos) Sabiendo que  $\ln x = 0,25$ ,  $\ln y = 0,15$  y  $\ln 10 = 2,3$  utiliza las propiedades de los logaritmos para obtener el valor de la expresión siguiente. No puede utilizarse la calculadora.

$$\log\left(\frac{y\sqrt{x}}{0.1}\right) - \ln x^2 = \log y + \frac{1}{2} \log x - \log 0.1 - 2 \ln x =$$

$$\left( \log y = \frac{\ln y}{\ln 10} = \frac{0,15}{2,3} = 0,065 \right) \left( \log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{0,25}{2,3} = 0,108 \right)$$

$$= \log y + \frac{1}{2} \cdot \log x - (-1) - 2 \cdot 0,25 = 0,065 - \frac{1}{2} \cdot 0,108 + 1 - 0,5 = \\ = \boxed{0,511}$$

5.- (1 punto) Calcula sin utilizar la calculadora:

$$3\log\sqrt{300} - \ln(\sqrt[3]{e}) + \log 300 - \log(0.0001^3) - \log\sqrt{3000} = \frac{3}{2}(\log 3 + \log 10) - \frac{1}{3}\ln e + \\ + \log 3 + \log 10 - \log(10^{-12}) - \frac{1}{2}(\log 3 + \log 1000) = \frac{9}{2}\log 3 + 3 - \frac{1}{3} + \\ + \log 3 + 2 + 12 - \frac{1}{2}\log 3 - \frac{3}{2} = \left(\frac{9}{2} + 1 - \frac{1}{2}\right)\log 3 + 17 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = \\ = \boxed{5\log 3 + \frac{91}{6}} = 2,38 + 15,16 = \boxed{19,92}$$

6.- (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación exponencial. Puedes utilizar la calculadora libremente.

$$120e^{-0,25x^2} = 10 ; \quad e^{0,25x^2} = \frac{10}{120} ; \quad -0,25x^2 = \ln \frac{10}{120} = \ln \frac{1}{12}$$

$$x = \sqrt{\frac{-\ln 12}{-0,25}} = \sqrt{\frac{-2,1889}{-0,25}} = \sqrt{8,7556} = \boxed{3,15}$$

7.- (1.5 puntos) Resuelve la siguiente ecuación irracional y comprueba las soluciones.

$$\sqrt{x^4 + 2x^2 - x + 1} + x^2 = 1$$

$$\cancel{\sqrt{x^4 + 2x^2 - x + 1} = 1 - x^2}; \quad \cancel{x^4 + 2x^2 - x + 1 = 1 + x^4 - 2x^2}$$

$$4x^2 - x = 0$$

$$x(4x - 1) = 0$$

$$\boxed{x=0}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$\text{Si } x = 0 \quad \sqrt{1 + 0^2} = 1 \quad \text{VALIDO}$$

$$\text{Si } x = \frac{1}{4} \quad \sqrt{\frac{1}{256} + 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1} + \frac{1}{16} = \sqrt{\frac{1+32-64+256}{256}} + \frac{1}{16} = \frac{1}{16}\sqrt{161} + \frac{1}{16} \neq 2 \quad \text{NO VALIDO}$$

8.- (2 puntos) Resuelve la siguiente ecuación racional y comprueba las soluciones.

$$1 - \frac{19}{x^2} = \frac{216}{x^6}$$

$$x^6 - 19x^3 = 216; \quad x^6 - 19x^3 - 216 = 0$$

$$x^3 = t \quad t^2 - 19t - 216 = 0; \quad t = -8 \quad t = 27$$

$$\boxed{x = -2} \quad \boxed{x = 3}$$