Examen de Matemáticas I
7 de noviembre 2018
Alumno:……………………………………………………………Grupo: 1º B Bach

IES La Estrella

Todas las respuestas deben estar adecuadamente justificadas y desarrolladas. No se puntúan los ejercicios respondidos sólo con el resultado. En ningún resultado deben aparecer potencias negativas ni fraccionarias.

1.- (*1.5 puntos*) Resuelve la ecuación logarítmica siguiente y comprueba las soluciones.

$$\frac{\log(3x^2+1)}{\log(x+3)}=2 \;;\quad \log(3x^2+1)=2\log(x+3);$$

$$\log(3x^2+1)=\log(x+3)^2;\quad 3x^2+1=x^2+6x+9;$$

$$2x^2-6x-8=0;\quad x^2-3x-4=0;\quad \begin{matrix} x=4 \\ x=-1 \end{matrix}$$

Comprobación

Si $\boxed{x=4}$ $\quad \dfrac{\log(49)}{\log(7)}=\dfrac{2\cancel{\log 7}}{\cancel{\log 7}}=2$

VÁLIDA

Si $\boxed{x=-1}$ $\quad \dfrac{\log(4)}{\log 2}=\dfrac{2\cancel{\log 2}}{\cancel{\log 2}}=2$

VÁLIDA

2.- (*1 punto*) Resuelve la siguiente ecuación exponencial. Puedes utilizar la calculadora libremente.

$$120e^{-0,25x^2}=10;\quad e^{-0'25x^2}=\frac{10}{120};\quad -0'25x^2=\ln\frac{10}{120}=\ln\frac{1}{12}$$

$$x=\sqrt{\frac{-\ln 12}{-0'25}}=\sqrt{\frac{-2'4889}{-0'25}}=\sqrt{9'9556}=\boxed{\pm 3'15}$$

3.- (*1.5 puntos*) Resuelve el sistema siguiente y comprueba las soluciones.

$$\begin{cases} 9^{x-6}-3^{3-2y}=0 \\ \log 2x+\log 4y=2 \end{cases}\quad \begin{cases} (3^2)^{x-6}-3^{3-2y}=0 \\ \log 2x\cdot 4y=\log 100 \end{cases}\quad \begin{cases} 3^{2x-12}=3^{3-2y} \\ 8xy=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-12=3-2y \\ xy=\frac{25}{2} \end{cases}\quad \begin{cases} 2x+2y=15 \\ x=\frac{25}{2y} \end{cases}\quad \frac{\cancel{2}\cdot 25}{\cancel{2}y}+2y=15;\quad \frac{25}{y}+2y=15$$

$$25+2y^2=15y;\quad 2y^2-15y+25=0;\quad y=\frac{15\pm\sqrt{225-200}}{4}=\frac{15\pm 5}{4}=\begin{cases} 5 \\ \frac{5}{2} \end{cases}$$

si $y=5 \quad x=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$

si $y=\frac{5}{2} \quad x=\frac{25}{5}=5$

Ambas son válidas

Posibles soluciones:

$$\begin{cases} x=\frac{5}{2} \quad y=5 \checkmark \quad \log 5+\log 20=\log 100=2 \\ x=5 \quad y=\frac{5}{2} \checkmark \quad \log 10+\log 10=2 \end{cases}$$

4.- (1.5 punto) Calcula utilizando el binomio de Newton y proporciona el resultado simplificado al máximo, en forma radical, sin exponentes fraccionarios o negativos y con los <u>coeficientes</u> racionalizados (si fuera preciso) :

$$\left(\frac{2}{y}-\sqrt{\frac{y}{2}}\right)^4=\left(\frac{2}{y}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}\right)^4=\binom{4}{0}\left(\frac{2}{y}\right)^4-\binom{4}{1}\left(\frac{2}{y}\right)^3\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}+$$

$$+\binom{4}{2}\left(\frac{2}{y}\right)^2\left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}\right)^2-\binom{4}{3}\left(\frac{2}{y}\right)\left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}\right)^3+\binom{4}{4}\left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}\right)^4=$$

$$=\frac{2^4}{y^4}-4\frac{2^3}{y^3}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}+6\frac{2^2}{y^2}\frac{(\sqrt{y})^2}{(\sqrt{2})^2}-4\frac{2}{y}\frac{(\sqrt{y})^3}{(\sqrt{2})^3}+\frac{(\sqrt{y})^4}{(\sqrt{2})^4}=$$

$$=\frac{16}{y^4}-\frac{32\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{y}}{y^3}+\frac{24}{y^2}\frac{y}{2}-\frac{8}{y}\frac{y\sqrt{y}}{2\sqrt{2}}+\frac{y^2}{2^2}=$$

$$=\frac{16}{y^4}-\frac{16\sqrt{2}\sqrt{y}}{y^3}+\frac{12}{y}-\frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{2}}+\frac{y^2}{4}=\frac{16}{y^4}-\frac{16\sqrt{2}\sqrt{y}}{y^3}+\frac{12}{y}-2\sqrt{2}\sqrt{y}+\frac{y^2}{4}$$

5.- (1 punto) Calcula y proporciona el resultado simplificado al máximo y en forma radical.

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(-\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{4}{9}+\frac{3}{4}-\frac{4\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{43}{36}-\frac{4\sqrt{3}}{6}\right)=$$

$$=\frac{43\sqrt{3}}{24}-\frac{12\cdot 3}{12}=\boxed{\frac{43\sqrt{3}}{24}-3}$$

6.- (1.5 puntos) Resuelve la siguiente ecuación irracional y comprueba las soluciones.

$$\sqrt{x^4+2x^2-x+1}+x^2=1$$

$$\sqrt{x^4+2x^2-x+1}=1-x^2; \quad \cancel{x^4}+2x^2-x+\cancel{1}=\cancel{1}+\cancel{x^4}-2x^2$$

$$4x^2-x=0 \qquad \boxed{x=0}$$

$$x(4x-1)=0 \qquad \boxed{x=\frac{1}{4}}$$

si $x=0 \quad \sqrt{1}+0^2=1$ VÁLIDO

si $x=\frac{1}{4} \quad \sqrt{\frac{225}{256}}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}+\frac{1}{16}=1$

VÁLIDA

7.- (1.5 puntos) Sabiendo que ln x = 0,25, ln y = 0,15 y ln10=2,3 utiliza las propiedades de los logaritmos para obtener el valor de la expresión siguiente. No puede utilizarse la calculadora.

$$\log\left(\frac{y\sqrt{x}}{0.1x^3}\right) - \ln x^e = \log y + \frac{1}{2}\log x - \log 0'1 - 3\log x - e\ln x =$$

$$\left(\log y = \frac{\ln y}{\ln 10} = \frac{0'15}{2'3} = 0'065\right)\left(\log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{0'25}{2'3} = 0'108\right)$$

$$= \log y + \left(\frac{1}{2} - 3\right)\log x - (-1) - e \cdot 0'25 = 0'065 - \frac{5}{2}\,0'108 + 1 - 0'25e =$$

$$= 0'975 - 0'25 \cdot e = 0'975 - 0'679 = \boxed{0'296}$$

8.- (1 punto) Calcula sin utilizar la calculadora el valor de la expresión siguiente:

$$\ln\left(\sqrt{\frac{e}{\sqrt[3]{e}}}\right) : \log\frac{\sqrt[5]{10}}{0.001} = \frac{1}{2}\ln\frac{e}{\sqrt[3]{e}} : \left(\frac{1}{5}\log 10 - \log 10^{-3}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\ln e - \frac{1}{3}\ln e\right) : \left(\frac{1}{5} + 3\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right) : \frac{16}{5} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} : \frac{16}{5} = \boxed{\frac{5}{48}}$$