



IES La Estrella Alumno:..... Grupo:

Estos ejercicios son **voluntarios**. El alumno que quiera puede entregar las soluciones a los cuatro problemas en un documento. Los trabajos entregados serán evaluados y calificados.
Fecha de entrega: lunes 5 de NOVIEMBRE.

NOTA: Aunque parezcan muy difíciles, si se trabajan de forma natural, salen. Hay que intentarlo.

1. Reduce a común denominador y racionaliza.

$$x + \frac{1}{x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}x^2 - 4x + \sqrt{3} = 0;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2\sqrt{3}} = \frac{4 \pm 2}{2\sqrt{3}} = \frac{2 \pm 1}{\sqrt{3}} = \begin{cases} x_1 = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Validos porque no anulan el denominador

2. Eleva al cuadrado. Simplifica y repite.

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}}}} = 1; \quad 3 - \sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}}} = 1$$

$$-\sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}}} = -2$$

$$3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}} = 4; \quad x - \sqrt{2x+1} = 1; \quad 2x+1 = 1 + x^2 - 2x;$$

$$x^2 - 4x = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

Comprobación $x=0$ $\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{0 - \sqrt{2 \cdot 0 + 1}}}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{-1}}}$ no existe
NO VALIDA

$x=4$ $\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{4 - \sqrt{2 \cdot 4 + 1}}}} = \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{4 - \sqrt{9}}}} = \sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{1}}} = \sqrt{3 - \sqrt{4}} = \sqrt{3 - 2} = 1$
VALIDA

3. Empieza de abajo a arriba en el miembro de la izquierda.

$$\frac{x}{1 - \frac{1}{x + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x}{1 - \frac{1}{\frac{2x+1}{2}}} = \frac{1}{12}; \quad \frac{x}{1 - \frac{2}{2x+1}} = \frac{1}{12};$$

$$\frac{x}{\frac{2x+1-2}{2x+1}} = \frac{1}{12}; \quad \frac{(2x+1)x}{2x-1} = \frac{1}{12}; \quad 12x(2x+1) = 2x-1;$$

$$24x^2 + 12x = 2x - 1; \quad 24x^2 + 10x + 1 = 0; \quad x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 96}}{48} = \frac{-10 \pm 2}{48} = \begin{cases} \frac{-8}{48} = \frac{-1}{6} \\ \frac{-12}{48} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

4. Racionaliza cada fracción de la izquierda. Opera y simplifica. Luego trabaja la derecha.

$$\frac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}} + \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}} = 4\sqrt{x^2-1}$$

Conjugado denominador $(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}) = (x^2+1) - (x^2-1) = 2$

$$(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}) + (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}) = 4 \cdot 2 \sqrt{x^2-1}$$

$$\cancel{x^2+1} + \cancel{x^2-1} + 2\cancel{\sqrt{x^2+1}\sqrt{x^2-1}} + \cancel{x^2+1} + \cancel{x^2-1} - 2\cancel{\sqrt{x^2+1}\sqrt{x^2-1}} = 8\sqrt{x^2-1}$$

$$4x^2 = 8\sqrt{x^2-1}; \quad 16x^4 = 64(x^2-1); \quad x^4 = 4x^2 - 4;$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \quad x^2 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 2 \end{matrix} \quad x^2 = 2 \Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{2}}$$

(Ambas raíces porque no anulan los denominadores)