



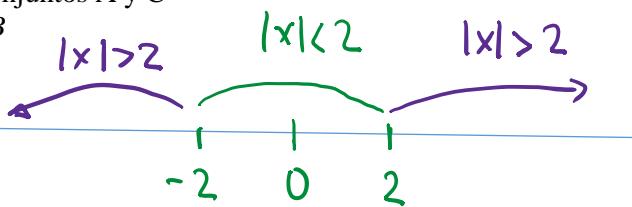
1.- (1 punto) Sean los conjuntos de números reales A , B y C .

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 2\} \quad B = (-\infty, -4] \quad C = \{x \in \mathbb{R} / |x - 1| < 4\}$$

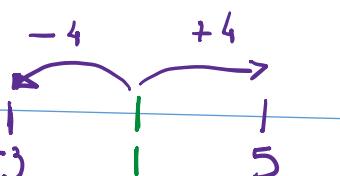
- a) Escribe como intervalo los conjuntos A y C
 b) Escribe como intervalo $C \cap B$

a)

$$A: [-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} / |x - 1| < 4\} = (-3, 5)$$



b) Claramente $B \cap C = (-\infty, -4] \cap (-3, 5) = \emptyset$

ESCOGE Y REALIZA SÓLO UNO DE LOS DOS APARTADOS SIGUIENTES (2a o 2b)
 Calcula y simplifica al máximo el resultado que has de proporcionar como radical. (1 punto)

2a.-

$$\sqrt{\frac{1}{ab} \left(\frac{a+2b}{b} + \frac{b}{a} \right)} = \sqrt{\frac{1}{ab} \left(\frac{a(a+2b) + b^2}{ab} \right)} = \sqrt{\frac{1}{(ab)^2} \cdot (a^2 + 2ab + b^2)} =$$

$$= \frac{1}{ab} \sqrt{(a+b)^2} = \frac{a+b}{ab}$$

2b.-

$$(\sqrt{3})^{-2} \frac{\left(\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}} = \frac{1}{3} \frac{\left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}} = \frac{\left(\sqrt[9]{3^5}\right)^2}{\frac{3}{\sqrt[6]{3}}} = \frac{\sqrt[9]{3^{10}}}{\frac{3}{\sqrt[6]{3}}} = \frac{3\sqrt[9]{3}}{3\sqrt[6]{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt[9]{3}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[18]{\frac{3^2}{3^3}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt[18]{3}}} = \boxed{\frac{\sqrt[18]{3^{12}}}{3}}$$

$$(\sqrt{3})^{-2} \frac{\left(\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{-2} \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{1/3} \left(\left(3 \cdot 3^2 \cdot 3\right)^{1/3}\right)^2 = 3^{-1} \cdot 3^{-1/6} \cdot 3^{2/3} \cdot 3^{4/3} =$$

$$= 3^{-\frac{2}{6} + \frac{2}{3} + \frac{4}{9}} = 3^{\frac{-2+12+8}{18}} = 3^{-\frac{1}{18}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt[18]{3}}}$$

3.- (1 punto) Calcula y simplifica el resultado. Proporciona el resultado como radical:

$$\frac{3ab\sqrt{32a^3b}}{4} - a^2b\sqrt{\frac{2ba^3}{25a^2}} = \frac{3ab \cancel{a}\sqrt{2ab}}{\cancel{4}} - \frac{a^2b \cancel{a}}{\cancel{5}} \sqrt{2ba} =$$

$$= 3a^2b\sqrt{2ab} - \frac{a^2b}{5}\sqrt{2ab} = \left(3a^2b - \frac{a^2b}{5}\right)\sqrt{2ab} =$$

$$= \boxed{\frac{14a^2b}{5}\sqrt{2ab}}$$

4.- (1.5 puntos) Sin utilizar la calculadora, calcula la siguiente operación con radicales. Proporciona el resultado simplificado y racionaliza si fuera necesario.

$$(a) \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{6}}{2 \cdot 6} = \frac{3+\sqrt{6}-2\sqrt{6}-4}{1} - \frac{\sqrt{6}}{12} =$$

$$= -\sqrt{6} - 1 - \frac{\sqrt{6}}{12} = \boxed{-\frac{13\sqrt{6}-12}{12}}$$

$$(b) (3-2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2}-2)^2 = 9-12\sqrt{2}+8-18+12\sqrt{2}-4 =$$

$$= \boxed{-5}$$

5.- (0,75 puntos) Sabiendo que $\log m = 0,5$ calcula:

$$(a) \log \frac{m}{100} = \log m - \log 100 = 0,5 - 2 = -1,5$$

$$(b) \log(0,1m^2) = \log 0,1 + 2 \log m = -1 + 1 = 0$$

$$(c) \log \sqrt[3]{\frac{1}{m^2}} = -\frac{2}{3} \log m = -\frac{2}{3} \cdot 0,5 = -0,3$$

6.- (0,75 puntos) Si $\log A = 0,1$ y $\log B = 0,25$ calcular:

$$\begin{aligned} \log \frac{10\sqrt{A}}{\sqrt{AB^3}} &= \log 10\sqrt{A} - \log \sqrt{AB^3} = \log 10 + \frac{1}{2} \log A - \\ &- \frac{1}{2} (\log AB^3) = 1 + \frac{1}{2} \log A - \frac{1}{2} (\log A + 3 \log B) = \\ &= 1 + \frac{1}{2} \log A - \frac{1}{2} \log A - \frac{3}{2} \log B = 1 - \frac{3}{2} \cdot 0,25 = \frac{1,25}{2} = \underline{\underline{0,625}} \end{aligned}$$

7.- (1,5 puntos) Resuelve la ecuación exponencial:

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$$

$$\begin{aligned} (3^2)^x - 2 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 81 &= 0; \quad (3^x)^2 - 18 \cdot 3^x + 81 = 0; \quad 3^x = t \\ t^2 - 18t + 81 &= 0 \\ t &= \frac{18 \pm 0}{2} = \underline{\underline{9 \text{ DOBLE}}} \end{aligned}$$

$$\text{Si } t = 9 \quad 3^x = 9 \quad \boxed{x=2}$$

8.- (1,5 puntos) Resuelve y comprueba las soluciones obtenidas

$$\begin{aligned} y &= x+3 & \log(2x+3) &= \log 9 \\ 7 &= 6 & 2x+3 &= 9 \quad \boxed{x=3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -3+y & \log(-3+2y) &= \log 9 \\ -3+2y &= 9 & y &= 6 \quad x = 3 \end{aligned}$$

9.- (1 punto) Resuelve la ecuación irracional siguiente y comprueba sus soluciones:

$$\frac{2}{\sqrt{x}} - 1 = \sqrt{x}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$2 - \sqrt{x} = x$$

$$2 - x = \sqrt{x}$$

$$4 - 4x + x^2 = x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

VALIDO $x = 1$ $x = 4$ NO VALIDO

comprobación

$$\frac{2}{\sqrt{1}} - 1 = 1 = \sqrt{1} \quad \frac{2}{\sqrt{4}} - 1 = 0 \neq \sqrt{4}$$