Examen de Matemáticas I Aplicadas a las CCSS
18 de octubre 2018
Alumno:……………………………………………………………….Grupo: 1º C Bach

IES La Estrella

Todas las respuestas deben estar adecuadamente justificadas y desarrolladas. No se admite calculadora. No se puntúan los ejercicios respondidos sólo con el resultado.

1.- *(1 punto)* Sean los conjuntos de números reales *A, B y C.*

$$A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x| \geq 2\} \qquad B = (-\infty, -4] \qquad C = \{x \in \mathbb{R}/|x-1| < 4\}$$

a) Escribe como intervalo los conjuntos A y C
b) Escribe com0 intervalo $C \cap B$

a)

$|x|>2$ $|x|<2$ $|x|>2$

-2 0 2

$A: (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$C = \{x \in \mathbb{R} / d(x,1) < 4\} = (-3, 5)$

-4 $+4$

-3 1 5

b) Claramente $B \cap C = (-\infty, 4] \cap (-3, 5) = \emptyset$

ESCOGE Y REALIZA SÓLO UNO DE LOS DOS APARTADOS SIGUIENTES (2a o 2b)
Calcula y simplifica al máximo el resultado que has de proporcionar como **radical**. *(1 punto)*

2a.-

$$\sqrt{\frac{1}{ab}\left(\frac{a+2b}{b}+\frac{b}{a}\right)} = \sqrt{\frac{1}{ab}\left(\frac{a(a+2b)+b^2}{ab}\right)} = \sqrt{\frac{1}{(ab)^2}\cdot(a^2+2ab+b^2)} =$$

$$= \frac{1}{ab}\sqrt{(a+b)^2} = \frac{a+b}{ab}$$

2b.-

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-2}\frac{\left(\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[3]{3^2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}} = \frac{1}{3}\,\frac{\left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{3^3\cdot 3^2}}\right)^2}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\left(\sqrt[9]{3^5}\right)^2}{3\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[9]{3^{10}}}{3\sqrt[6]{3}} = \frac{3\sqrt[9]{3}}{3\sqrt[6]{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt[9]{3}}{\sqrt[6]{3}} = \sqrt[18]{\frac{3^2}{3^3}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt[18]{3}}} = \frac{\sqrt[18]{3^{17}}}{3}$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-2}\frac{\left(\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[3]{3^2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}}=\left(3^{1/2}\right)^{-2}\left(3^{1/2}\right)^{-1/3}\left(\left(3\cdot 3^{2/3}\right)^{1/3}\right)^2=3^{-1}\cdot 3^{-1/6}\cdot 3^{2/3}\cdot 3^{4/9}=$$

$$=3^{-\frac{7}{6}+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}}=3^{\frac{-21+12+8}{18}}=3^{-1/18}=\boxed{\frac{1}{\sqrt[18]{3}}}$$

3.- *(1 punto)* Calcula y simplifica el resultado. Proporciona el resultado como radical:

$$\frac{3ab\sqrt{32a^3b}}{4}-a^2b\sqrt{\frac{2ba^3}{25a^2}}=\frac{3ab\cdot\cancel{4}a\sqrt{2ab}}{\cancel{4}}-\frac{a^2b\cancel{a}}{5\cancel{a}}\sqrt{2ba}=$$

$$=3a^2b\sqrt{2ab}-\frac{a^2b}{5}\sqrt{2ab}=\left(3a^2b-\frac{a^2b}{5}\right)\sqrt{2ab}=$$

$$=\boxed{\frac{14a^2b}{5}\sqrt{2ab}}$$

4.- *(1.5 puntos)* Sin utilizar la calculadora, calcula la siguiente operación con radicales. Proporciona el resultado simplificado y racionaliza si fuera necesario.

(a) $$\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}-\frac{\sqrt{6}}{2\cdot 6}=\frac{3+\sqrt{6}-2\sqrt{6}-4}{1}-\frac{\sqrt{6}}{12}=$$

$$=-\sqrt{6}-1-\frac{\sqrt{6}}{12}=\boxed{-\frac{13\sqrt{6}}{12}-1}=\boxed{\frac{-13\sqrt{6}-12}{12}}$$

(b) $$(3-2\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2}-2)^2=9-12\sqrt{2}+8-18+12\sqrt{2}-4=$$

$$=\boxed{-5}$$

5.- *(0,75 puntos)* Sabiendo que log *m* = 0.5 calcula:

(*a*) $\log\dfrac{m}{100}$ $= \log m - \log 100 = 0'5 - 2 = -1'5$

(*b*) $\log\left(0{,}1m^2\right)$ $= \log 0'1 + 2\log m = -1+1=0$

(*c*) $\log\sqrt[3]{\dfrac{1}{m^2}}$ $= -\dfrac{2}{3}\log m = -\dfrac{2}{3}\cdot 0'5 = -0'\overline{3}$

6.- *(0,75 puntos)* Si *log A = 0,1* y *log B = 0,25* calcular*:*

$$\log\frac{10\sqrt{A}}{\sqrt{AB^3}} = \log 10\sqrt{A} - \log\sqrt{AB^3} = \log 10 + \frac{1}{2}\log A -$$

$$- \frac{1}{2}\left(\log AB^3\right) = 1 + \frac{1}{2}\log A - \frac{1}{2}\left(\log A + 3\log B\right) =$$

$$= 1 + \cancel{\frac{1}{2}\log A} - \cancel{\frac{1}{2}\log A} - \frac{3}{2}\log B = 1 - \frac{3}{2}\cdot 0'25 = \frac{1'25}{2} = \boxed{0'625}$$

7.- *(1.5 puntos)* Resuelve la ecuación exponencial:

$$9^x - 2{\cdot}3^{x+2} + 81 = 0$$

$(3^2)^x - 2\cdot 3^x\cdot 3^2 + 81 = 0;\ (3^x)^2 - 18\cdot 3^x + 81 = 0;\ 3^x = t$

$t^2 - 18t + 81 = 0$

$t = \dfrac{18\pm 0}{2} = 9$ DOBLE

Si $t=9$ $3^x = 9$ $\boxed{x=2}$

8.- *(1.5 puntos)* Resuelve y comprueba las soluciones obtenidas $\begin{cases}\log(x+y) = 2\log 3\\ x - y = -3\end{cases}$

$y = x+3$ $\log(2x+3) = \log 9$

$\boxed{y=6}$ $2x+3 = 9$ $\boxed{x=3}$

$x = -3+y$ $\log(-3+2y) = \log 9$

$-3+2y = 9$ $y=6$ $x=3$

9.- *(1 punto)* Resuelve la ecuación irracional siguiente y comprueba sus soluciones:

$$\frac{2}{\sqrt{x}}-1=\sqrt{x}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$2-\sqrt{x}=x$$

$$2-x=\sqrt{x}$$

$$4-4x+x^2=x$$

$$x^2-5x+4=0$$

VÁLIDA $\boxed{x=1}$ $\boxed{x=4}$ NO VÁLIDA

Comprobación

$$\frac{2}{\sqrt{1}}-1=1=\sqrt{1} \qquad \frac{2}{\sqrt{4}}-1=0\neq\sqrt{4}$$