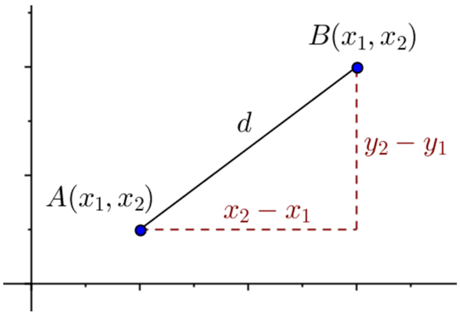
# RELACIONES MÉTRICAS ENTRE PUNTOS DEL PLANO

## DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS



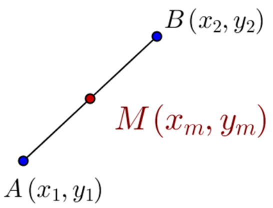

Como hemos visto anteriormente la distancia entre dos puntos es

$$d(A,B) = \left|\overrightarrow{AB}\right|$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

La distancia entre dos puntos $A(x_1, y_1)$ $y$ $B(x_2, y_2)$ es el valor del módulo del vector determinado por ellos, sin importar el orden de éstos. Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos

## PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO



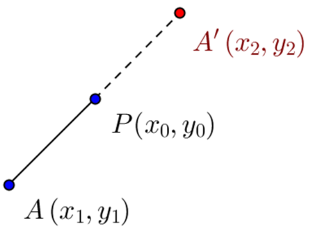

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Las coordenadas del punto medio de un segmento son la semisuma de las coordenadas de sus extremos. Esta relación también se puede obtener por semejanza de triángulos.

## PUNTO SIMÉTRICO DEL PUNTO A RESPECTO DEL PUNTO P

**A'** es el punto simétrico de A si P es su punto medio




$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA'}$$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \Big| \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

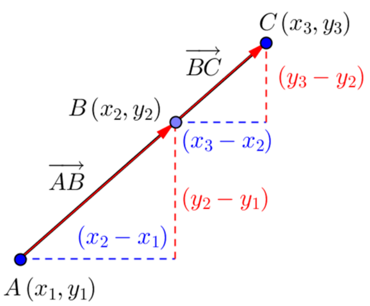
$$x_2 = 2x_0 - x_1 \quad \Big| \quad y_2 = 2y_0 - y_1$$

$$A'(2x_0 - x_1, 2y_0 - y_1)$$

Las coordenadas del punto simétrico se obtienen sin hacer otra cosa que despejar sus coordenadas de las expresiones del punto medio.

## CONDICIÓN PARA QUE TRES PUNTOS ESTÉN ALINEADOS

Los puntos A, B y C están alineados si $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC}$, es decir, si las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ son proporcionales a las del vector $\overrightarrow{BC}$

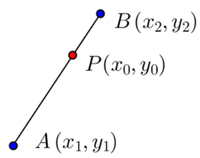



$$\frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_2}$$

También: si los tres puntos están alineados entonces los triángulos señalados son semejantes, y por tanto, sus lados son proporcionales

## Punto que divide a un segmento en dos partes cuyas longitudes guardan una relación dada $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = K$

Hallamos las coordenadas del punto utilizando relaciones vectoriales




$$\frac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}} = k \Rightarrow \overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{PB}$$

$$(x_0 - x_1, y_0 - y_1) = k(x_2 - x_0, y_2 - y_0)$$

$$x_0 - x_1 = kx_2 - kx_0 \quad \Big| \quad y_0 - y_1 = ky_2 - ky_0$$

$$x_0 + kx_0 = x_1 + kx_2 \quad \Big| \quad y_0 + ky_0 = y_1 + ky_2$$

$$x_0(1+k) = x_1 + kx_2 \quad \Big| \quad y_0(1+k) = y_1 + ky_2$$

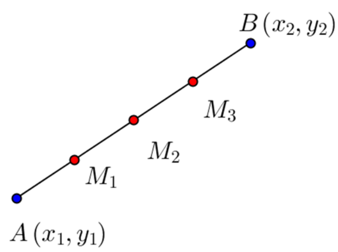
$$x_0 = \frac{x_1 + kx_2}{1+k} \quad \Big| \quad y_0 = \frac{y_1 + ky_2}{1+k}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{x_1 + kx_2}{1+k}, \frac{y_1 + ky_2}{1+k}\right)$$

También podemos obtener las coordenadas del punto por semejanza de triángulos.

## Coordenadas de los puntos que dividen a un segmento en "n" partes iguales

Podemos obtener rápidamente las coordenadas de los puntos que dividen a un segmento en *n* partes iguales utilizando relaciones vectoriales




$$\overrightarrow{AM_1} = \frac{1}{n} \cdot \overrightarrow{AB} \ ; \ \overrightarrow{AM_2} = \frac{2}{n} \cdot \overrightarrow{AB} \ ; \ \overrightarrow{AM_3} = \frac{3}{n} \cdot \overrightarrow{AB} \ ; \ldots$$

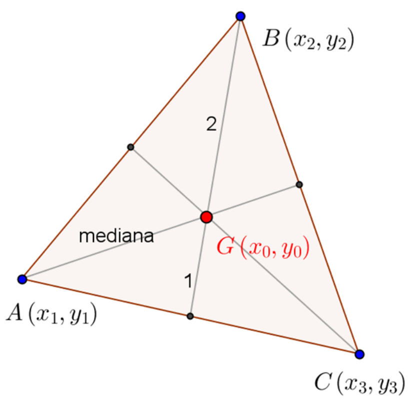
## BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO

Baricentro: es el punto de intersección de las tres medianas, lo denotamos con la letra **G**.
Mediana: segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

Propiedades:

- La distancia de cada vértice a G es 2/3 de la longitud de la mediana
- El baricentro es el centro de gravedad del triángulo




Las coordenadas del baricentro son la media aritmética de las coordenadas de sus vértices