La importancia de un segundo

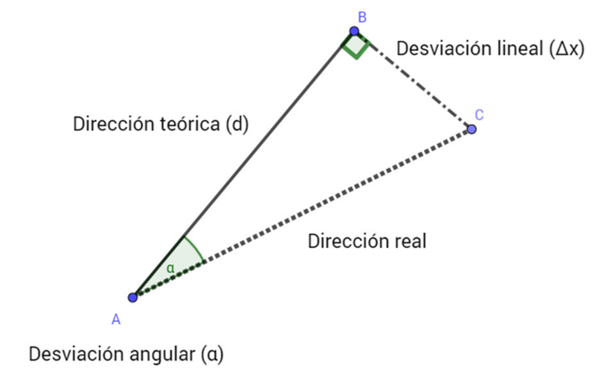
La desviación en las medidas es relativa. Es lo que los físicos llaman error relativo. Un error de un metro puede ser fatal o insignificante, depende de si estamos construyendo una casa o lanzando un satélite.

En multitud de fenómenos los errores están causados por múltiples factores. Podemos observar uno de ellos relativo a la <u>desviación angular</u> en varios fenómenos reales.

Vamos a estudiar la importancia de un segundo de grado de desviación en varios fenómenos cuyo resultado depende de dicha desviación. Veremos que el <u>efecto</u> de una desviación de un ángulo α es proporcional a la distancia y a la tangente de α. En todos los casos el argumento trigonométrico es análogo.

Sean el punto A y el punto B. El objetivo es alcanzar B desde A en línea recta. Pongamos que es un móvil que va en línea recta de A a B (sirven un rayo, un proyectil, una flecha, un barco etc.).

Supongamos que la dirección real para alcanza B se desvía un ángulo α. Nos preguntamos ¿A qué distancia de B pasará el móvil?



Claramente:

$$tg(\alpha) = \frac{BC}{AB}$$
$$\Delta x = d \cdot tg(\alpha)$$

Y como tg(α) aumenta cuando α aumenta, esto corrobora lo que el sentido común nos dice: a mayor distancia de B, la desviación aumenta.

¿Será cierto que a si duplicamos el ángulo el error se duplicará?

A partir de este modelo teórico nos vamos a plantear varias situaciones con medidas reales y con órdenes de magnitud diferente para <u>evaluar el efecto</u> sobre esos fenómenos de una desviación de 1º, 1’ y 1’’.

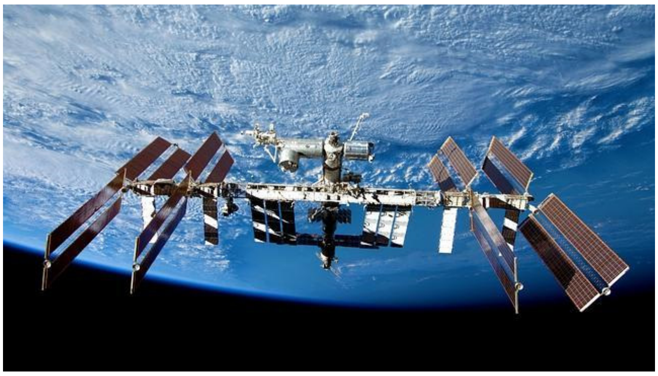
Necesitaremos por tanto los valores (tomaremos 8 decimales para mejorar la precisión):

$$tg(1°) = \ 0{,}01745506 \qquad tg(1') = 0{,}00029088 \qquad tg(1'') = 0{,}00000484$$

<u>(comprueba que son correctos estos valores)</u>

Ejemplo 1. Señales a la ISS

Se desea enviar una señal con dirección a la Estación Orbital Internacional (ISS) que dista, en su apogeo, 406 km de la Tierra. La señal debe ser recogida por una antena con un alcance de 20 metros, es decir, recibe las señales que pasan a menos de 20 metros de la antena. ¿Cómo afectan las desviaciones en la emisión a la recepción? ¿En qué situación es aceptable/asumible la desviación?



$\Delta x_s = 406 \cdot tg(1'') = 0{,}001965\ km$

$\Delta x_m = 406 \cdot tg(1') = 0{,}11809\ km$

$\Delta x_g = 406 \cdot tg(1^\circ) = 7{,}0865\ km$

¿Qué desviación es admisible?

Ejemplo 2. Señales planetarias

Una situación similar a la anterior en la que cambia la magnitud de las distancias sería esta: enviamos una señal de radio a un receptor en La Luna ¿Cuánto influye la desviación angular? ¿Y si la señal hay que enviarla a la sonda Voyager cuando estaba sobrevolando Júpiter?

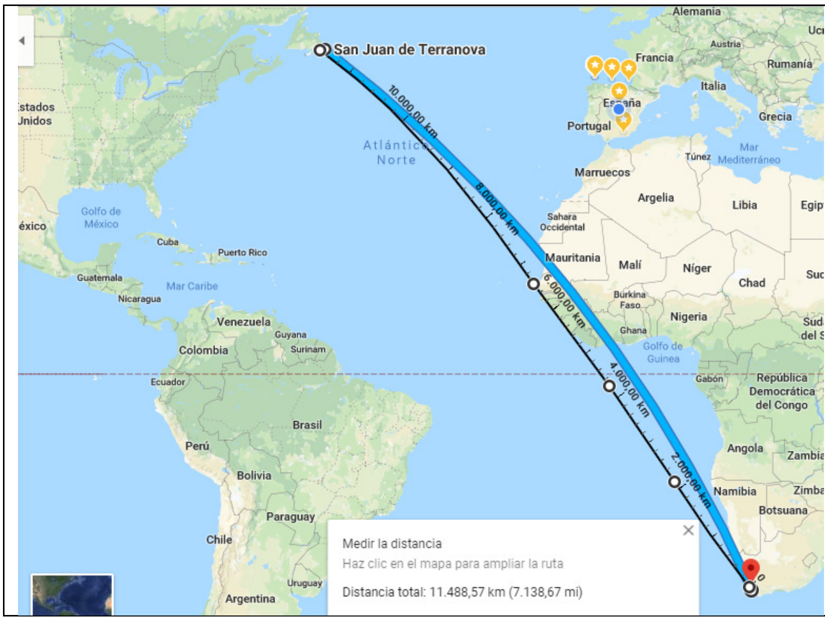
- Distancia (Tierra, Luna) = apogeo 252.088 ml / perigeo 225.623 ml
- Distancia (Tierra, Júpiter) = perigeo 594 M km
- Radio de la Luna: 1737 km

Evalúa las consecuencias de las desviaciones. Trata de estimar las distancias obtenidas.

Ejemplo 3. Navegación marítima

Aunque la Tierra es una esfera y la navegación marítima no se realiza en línea recta, podemos imaginar que el movimiento de un barco se realiza siguiendo aproximadamente una línea recta.

Imaginemos un trayecto largo: desde Ciudad del Cabo hasta San Juan de Terranova. La distancia que separa estas ciudades es de 11488 km. ¿cómo influye en el lugar de llegada del barco la desviación angular pequeña?



$\Delta x_s = d \cdot tg(1'') =$

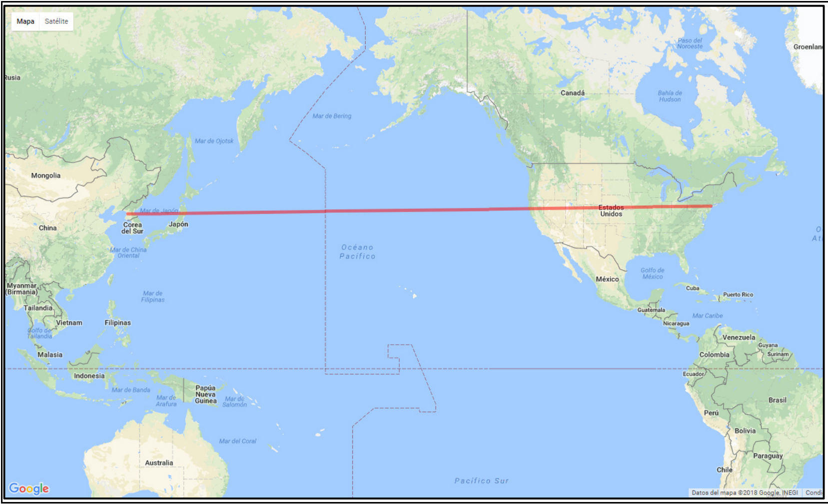
$\Delta x_m = d \cdot tg(1') =$

$\Delta x_g = d \cdot tg(1^\circ) =$

Ejemplo 4. El misil de Kin-Jong-In

Como hemos visto en el ejemplo 3, en la navegación marítima las desviaciones angulares pequeñas no son abusivas para el objetivo de un barco de "*llegar a una costa cercana a una población de destino*" Sin embargo si estudiamos el caso de un misil balístico intercontinental (ICBM) cargado con una cabeza nuclear como las que lanza Kin-Jong-Il sobre el mar de Japón para celebrar su cumpleaños o como las que Trump puede lanzar en un empacho de hamburguesas y Coca-Cola.

Imaginemos que Kin-Jong lanza desde Pionyang un misil sobre Manhattan en Nueva York. La distancia que separa las dos ciudades, medida en línea recta[1],) es de unos 10923,2 km.

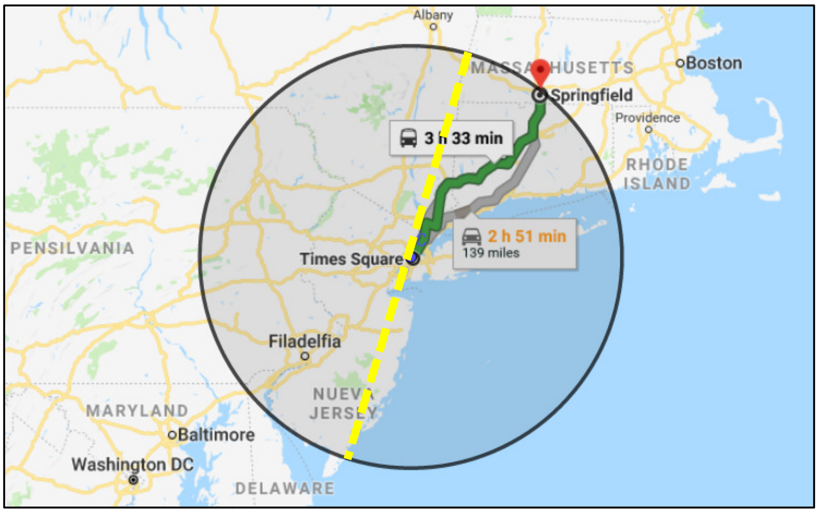


$\Delta x_s = 10923{,}2 \cdot tg(1'') =$
$=$ 0,0529 km = 52,9 m

$\Delta x_m = 10923{,}2 \cdot tg(1') =$
3,177 km

$\Delta x_g = 10923{,}2 \cdot tg(1°) =$
190,66 km

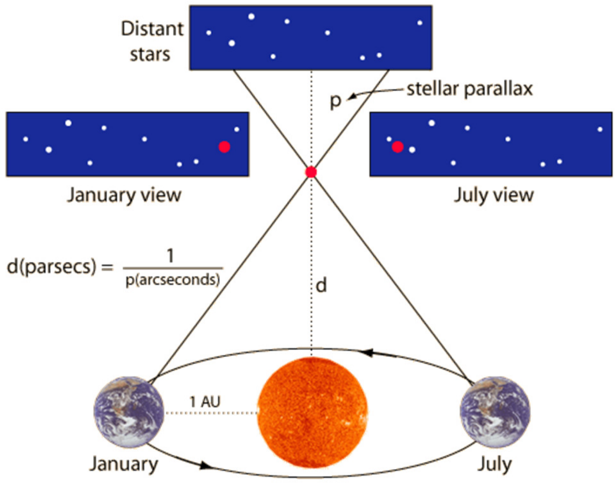
Una desviación de 1 grado supone una desviación de 190 km del punto objetivo: si se apunta a Times Square el misil podría alcanzar cualquier punto a un radio de 190 km (o en un diámetro de esa circunferencia) de NY.



Ejemplo 5. La paralaje estelar. PARSEC

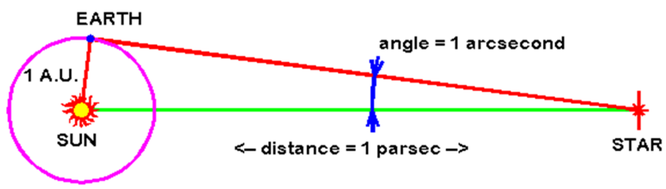
Realiza la siguiente experiencia: tápate el ojo izquierdo y fija la mirada en un objeto que esté cerca de ti. Hazlo sobre un fondo nítido y procura fijarte en su posición respecto del fondo. Sin cambiar de posición vuelve a mirar pero ahora tapándote el ojo derecho. ¿Ves que la posición del objeto que observaste en primer plano ha cambiado? Esto es la paralaje estelar.

[1] El misil recorre una parábola que suponemos está en un plano y medimos su proyección sobre un plano, no sobre la esfera de la Tierra.



Piensa en la Tierra, te fijas en un cuerpo celeste “en primer plano” contra un fondo de estrellas. Si la Tierra se mueve, a observar ese cuerpo contra el fondo de estrellas habrá cambiado su posición relativa respecto del fondo. La analogía con la experiencia anterior es la siguiente: las dos posiciones de tus ojos son análogas a las dos posiciones de la Tierra, el cuerpo celeste es el objeto en el que te fijaste tu mirada y el fondo de la habitación, es el fondo de estrellas.

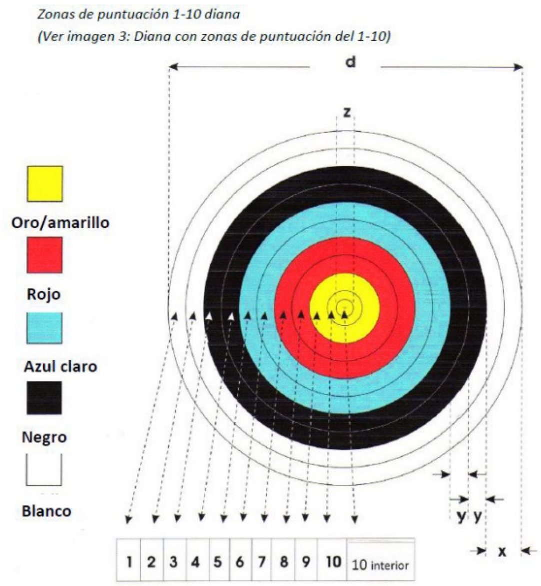
A partir de este concepto se define una unidad astronómica para medir distancias enormes: es el PARSEC (PARalajeSECond) de (parallax of one arc second).



Un objeto estelar se encuentra a 1 PARSEC de distancia si la paralaje estelar es de 1 segundo. Pero es más sencillo del siguiente modo: el objeto está a 1 PARSEC si en un ángulo de 1 segundo se puede ver La Tierra y el Sol.
O también **si desde ese punto un ángulo de 1 segundo abarca una cuerda igual a la distancia (Sol, Tierra) = cuerda de 1 UA = 150 M km**.

Calcular en años luz y en kilómetros la distancia de un parsec.

PROBLEMA



d	x	y	z
Diámetro de la diana	Zona de color	Zona de puntuación	Diámetro del 10 interior
122 cm	12.2 cm	6.1 cm	6.1 cm
80 cm	8 cm	4 cm	4 cm
60 cm	6 cm	3 cm	3 cm
40 cm	4 cm	2 cm	2 cm

***Imagen 3:** Diana con zonas de puntuación del 1 al 10*

Vamos a estimar la desviación máxima que puede tener un arquero que participa en la prueba olímpica de tiro con arco. Vamos a estudiar sólo el efecto de la desviación respecto de un eje vertical, es decir sólo contemplamos el error cometido en “horizontal”.
Vamos a disponer de una diana de 122 cm de diámetro. El disparo se realiza desde 70 metros. El diámetro del centro de 10 puntos interior (máxima puntuación) es de 6,1 cm y el 10 central amarillo de 12,2 cm.
Supongamos que el arquero apunte al centro exacto de la diana.

¿Cuál puede ser la desviación máxima para que puntúe en el círculo central interior?
¿Y para que consiga un 10 aunque no sea interior?
¿Qué desviación hay que tener para no clavar en la diana?

Nota: La flecha respecto de la recta que une la punta de la flecha con la diana, se puede desviar en vertical y horizontal y su mezcla proporcionaría las desviaciones en 3D. El problema supone que en vertical la flecha no se desvía y solo puede modificar su dirección en horizontal. La desviación vertical arrojaría los mismos resultados numéricos.