Razones trigonométricas

7 **Resuelve un triángulo rectángulo, sabiendo que la tangente de uno de sus ángulos agudos es 3,5 y que el cateto opuesto a este ángulo mide 2 cm.**

Dado que el triángulo es rectángulo, un ángulo, A, vale 90°.

$\text{tg } B = 3{,}5$

$B = 74{,}05°$

Entonces, $C = 15{,}95°$.

Como sabes $\text{tg } B = \frac{b}{c}$, por lo que:

$$c = \frac{b}{\text{tg } B} \Rightarrow c = \frac{2}{3{,}5} = 0{,}57 \text{ cm}$$

por el teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 2{,}08 \text{ cm}$$

8 **¿Es posible que exista un ángulo, α, que verifique simultáneamente $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$ y $\cos \alpha = \frac{2}{5}$? ¿Por qué?**

No es posible.

Se ha de cumplir que: $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ para cualquier ángulo.

Si sustituimos por los valores que nos da el enunciado obtenemos:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{13}{25} \neq 1$$

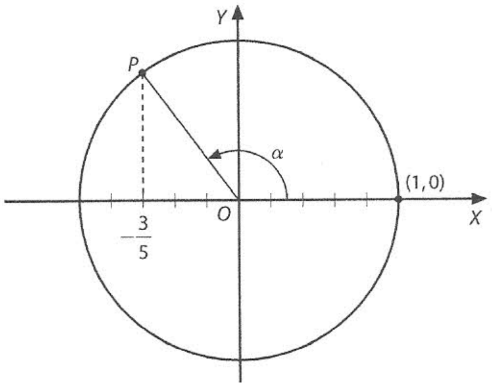
9 **Si $\text{cotg } \alpha = \text{cotg } \beta$, ¿podemos asegurar que α y β son iguales? Razona tu respuesta.**

No puede asegurarse que α y β sean iguales.

Las cotangentes de ángulos que difieren 180° también son iguales.

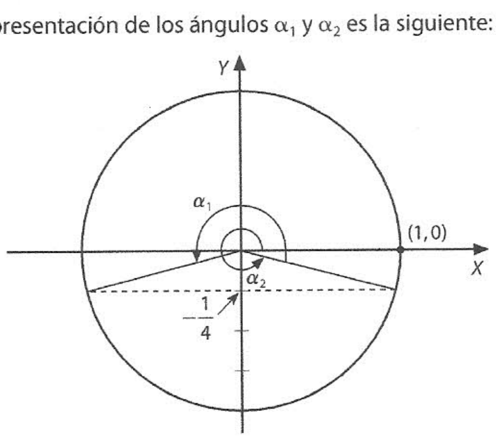
10 **Dibuja un ángulo del segundo cuadrante cuyo coseno vale $-3/5$, utilizando una circunferencia de radio unidad.**

La representación del ángulo α es la siguiente:

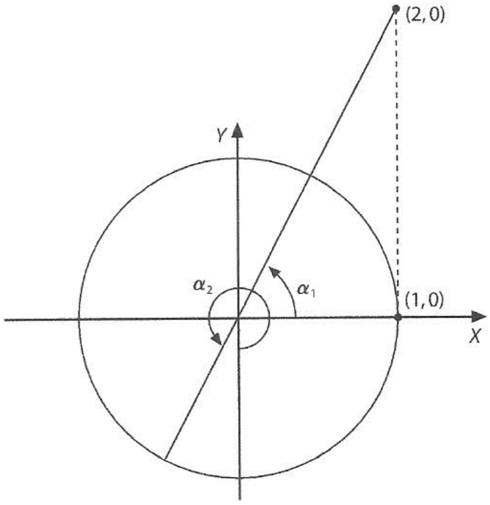


11 **Dibuja los ángulos cuyo seno vale $-1/4$ utilizando una circunferencia de radio unidad.**

La representación de los ángulos α_1 y α_2 es la siguiente:



12 **Utiliza una circunferencia de radio unidad para dibujar los ángulos cuya tangente es 2.**



13 **Si $\cos \alpha = -1{,}11$, indica cuál de las siguientes afirmaciones es cierta y razona tu respuesta.**

a) **α es un ángulo negativo.**

b) **α está en el tercer cuadrante.**

c) **α es un ángulo mayor que 2π.**

d) **Es imposible que el coseno de un ángulo sea $-1{,}11$.**

$|\cos \alpha| \leq 1$ para cualquier ángulo; por tanto, la respuesta correcta es la *d)*.

14 **Señala en qué cuadrante está el ángulo α si:**

a) **$\text{sen } \alpha > 0$ y $\cos \alpha < 0$**

b) **$\text{sen } \alpha < 0$ y $\text{tg } \alpha > 0$**

c) **$\sec \alpha < 0$ y $\text{cosec } \alpha < 0$**

d) **$\text{cotg } \alpha < 0$ y $\cos \alpha > 0$**

a) Seno positivo y coseno negativo: segundo cuadrante.

b) Seno negativo y tangente positiva: tercer cuadrante.

c) Secante y cosecante negativas: tercer cuadrante.

d) Cotangente negativa y coseno positivo: cuarto cuadrante.

15 **Sean α y β dos ángulos cualesquiera teniendo en cuenta que:**

$$\text{tg } \alpha > \text{tg } \beta;\ 270° < \alpha < 360°;\ 270° < \beta < 360°$$

indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o no.

a) **$\alpha < \beta$**

b) **$\text{sen } \alpha < \text{sen } \beta$**

c) **$\beta < \alpha$**

d) **$\text{sen } \beta < \text{sen } \alpha$**

Los dos ángulos pertenecen al cuarto cuadrante. Sus tangentes son negativas. Es más negativa la tangente del ángulo menor, por tanto es correcta la afirmación *c)*. Además la afirmación *d)* también es correcta, porque con el seno ocurre lo mismo en el cuarto cuadrante.

16 **Si $\text{tg } \alpha = -4$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcula las demás razones trigonométricas.**

α pertenece al segundo cuadrante. Con el dato del enunciado y la ecuación fundamental de la trigonometría, expresando la tangente en función del seno y coseno de un ángulo, se obtiene:

$\text{sen } \alpha = 0{,}97$ $\qquad \cos \alpha = -0{,}24$

$\text{cosec } \alpha = 1{,}03$ $\qquad \sec \alpha = -4{,}17$

$\text{cotg } \alpha = -0{,}25$

17 **Si sen $\alpha = -0{,}3$ y $180° < \alpha < 270°$, calcula las otras razones trigonométricas.**

α pertenece al tercer cuadrante.

Con el dato del enunciado y la ecuación fundamental se deduce:

$\cos \alpha = -0{,}95$ $\quad$ $\text{tg}\, \alpha = 0{,}31$

$\text{cosec}\, \alpha = -3{,}33$ $\quad$ $\sec \alpha = -1{,}05$

$\text{cotg}\, \alpha = 3{,}22$

18 **Si $\cos \alpha = 0{,}65$ y $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, calcula las restantes razones trigonométricas.**

α pertenece al cuarto cuadrante.

Con el dato del enunciado y la ecuación fundamental se deducen:

$\text{sen}\, \alpha = -0{,}76$ $\quad$ $\text{tg}\, \alpha = -1{,}17$

$\text{cosec}\, \alpha = -1{,}32$ $\quad$ $\sec \alpha = 1{,}54$

$\text{cotg}\, \alpha = -0{,}86$

19 **De un ángulo α sabemos que:**

$$\text{tg}\, \alpha = -\frac{1}{2};\ \text{sen}\, \alpha < \cos \alpha$$

¿En qué cuadrante se encuentra dicho ángulo?

En el cuarto cuadrante.

20 **Señala si las siguientes igualdades son ciertas o no. En este último caso, escribe la igualdad correcta.**

a) $\text{sen}\, \alpha = \text{sen}\, (180° + \alpha)$

b) $\cos \alpha = \text{sen}\, (90° + \alpha)$

c) $\sec \alpha = \sec (2\pi - \alpha)$

d) $\text{tg}\, \alpha = \text{cotg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

e) $\text{cosec}\, \alpha = -\text{cosec}\, (\pi - \alpha)$

f) $\text{cotg}\, \alpha = \text{cotg}\, (360° - \alpha)$

a) No es cierta: $\text{sen}\, \alpha = -\text{sen}\, (180° + \alpha)$

b) Cierta.

c) Cierta.

d) Cierta.

e) No es cierta: $\text{cosec}\, \alpha = \text{cosec}\, (\pi - \alpha)$

f) No es cierta: $\text{cotg}\, \alpha = -\text{tg}\, (360° - \alpha)$

21 **A partir de las razones de 0°, 30° y 45° calcula.**

a) sen 135°

b) cos 720°

c) cos 210°

d) tg 300°

e) cos 450°

f) tg 135°

g) tg 210°

a) $\text{sen}\, 135° = \text{sen}\, 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos 720° = \cos 0° = 1$

c) $\cos 210° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\text{tg}\, 300° = -\text{tg}\, 60° = -\sqrt{3}$

e) $\cos 450° = \text{sen}\, 0° = 0$

f) $\text{tg}\, 135° = -1$

g) $\text{tg}\, 210° = \text{tg}\, 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

22 **Sin usar la calculadora, halla todos los valores de α en el primer giro que verifican las siguientes igualdades.**

a) $\text{sen}\, \alpha = -1/2$ $\quad$ ***d)*** $\text{tg}\, \alpha = \sqrt{3}$

b) $\sec \alpha = -\sqrt{2}$ $\quad$ ***e)*** $\text{cosec}\, \alpha = -2/\sqrt{3}$

c) $\cos \alpha = 1/\sqrt{2}$ $\quad$ ***f)*** $\text{cosec}\, \alpha = -2$

a) Ángulos cuyo seno es $-1/2$: 210° y 330°

b) Ángulos cuya secante es $-\sqrt{2}$: 135° y 225°

c) Ángulos cuyo coseno es $\frac{1}{\sqrt{2}}$: 45° y 315°

d) Ángulos cuya tangente es $\sqrt{3}$: 60° y 240°

e) Ángulos cuya cosecante es $\frac{-2}{\sqrt{3}}$: 240° y 300°

f) Ángulos cuya cosecante es -2: 210° y 330°

23 **Averigua sin utilizar la calculadora:**

a) sen 1 500° $\quad$ ***d)*** $\cos\left(\frac{37\pi}{6}\right)$

b) $\text{sen}\left(\frac{61\pi}{3}\right)$ $\quad$ ***e)*** tg 2 010°

c) cos 2 745° $\quad$ ***f)*** $\text{tg}\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$

a) $\text{sen}\, 1\,500° = \text{sen}\, 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\text{sen}\left(\frac{61\pi}{3}\right) = \text{sen}\, \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos 2\,745° = \cos 225° = -\cos 45° = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos\left(\frac{37\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\text{tg}\, 2\,010° = \text{tg}\, 210° = \text{tg}\, 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

f) $\text{tg}\left(\frac{-7\pi}{3}\right) = \text{tg}\left(\frac{-\pi}{3}\right) = -\text{tg}\, \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$

24 **Sabiendo que $\text{sen}\, \alpha = \frac{3}{4}$ y que α es un ángulo del primer cuadrante, calcula:**

a) $\text{sen}\, (180° - \alpha)$ $\quad$ ***d)*** $\text{sen}\, (180° + \alpha)$ $\quad$ ***g)*** $\text{cosec}\, \alpha$

b) $\text{cosec}\, (-\alpha)$ $\quad$ ***e)*** $\cos (360° - \alpha)$ $\quad$ ***h)*** $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

c) $\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ $\quad$ ***f)*** $\sec (180° - \alpha)$ $\quad$ ***i)*** $\text{cotg}\, (-\alpha)$

a) $\text{sen}\, (180° - \alpha) = \text{sen}\, \alpha = 3/4$

b) $\text{cosec}\, (-\alpha) = -\text{cosec}\, \alpha = -4/3$

c) $\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\text{cotg}\, \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\text{sen}\, \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$

d) $\text{sen}\, (180° + \alpha) = -\text{sen}\, \alpha = -3/4$

e) $\cos (360° - \alpha) = \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

f) $\sec (180° - \alpha) = \frac{1}{\cos (180° - \alpha)} = \frac{1}{-\cos \alpha} = -\frac{4\sqrt{7}}{7}$

g) $\text{cosec}\, \alpha = \frac{1}{\text{sen}\, \alpha} = \frac{4}{3}$

h) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\text{sen}\, \alpha = -\frac{3}{4}$

i) $\text{cotg}\, (-\alpha) = \frac{1}{\text{tg}\, (-\alpha)} = \frac{-1}{\text{tg}\, \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$

25 **Halla estas razones trigonométricas sin calculadora.**

a) sen 150° *f)* cos 225° *k)* tg (−45°)

b) cosec 120° *g)* cotg 240° *l)* sec 135°

c) sen 315° *h)* sec (−120°) *m)* sen 1 395°

d) cosec $\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ *i)* sen $\left(\frac{13\pi}{3}\right)$ *n)* tg $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

e) tg (−495°) *j)* cotg $\left(\frac{13\pi}{2}\right)$ *ñ)* cosec 720°

a) $\text{sen } 150° = \text{sen } 30° = \frac{1}{2}$

b) $\text{cosec } 120° = \text{cosec } 60° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

c) $\text{sen } 315° = -\text{sen } 45° = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\text{cosec}\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\text{cosec}\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$

e) $\text{tg}(-495°) = \text{tg}(-135°) = \text{tg } 225° = \text{tg } 45° = 1$

f) $\cos 225° = -\cos 45° = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\text{cotg } 240° = \text{cotg } 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

h) $\sec(-120°) = \sec 240° = -\sec 60° = -2$

i) $\text{sen}\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

j) $\text{cotg}\left(\frac{13\pi}{2}\right) = \text{cotg}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

k) $\text{tg}(-45°) = -\text{tg } 45° = -1$

l) $\sec 135° = -\sec 45° = -\sqrt{2}$

m) $\text{tg}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\text{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

n) $\text{sen } 1\,395° = \text{sen } 315° = -\text{sen } 45° = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ñ) cosec 720° = cosec 0° no existe

26 **Calcula las siguientes razones trigonométricas:**

a) $\text{tg}(7\pi - \alpha)$, si $\text{tg } \alpha = 2$

b) $\text{tg}\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)$, si $\text{tg } \alpha = \frac{3}{2}$

a) $\text{tg}(7\pi - \alpha) = \text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tg } \alpha = -2$

b) $\text{tg}\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = -\text{cotg } \alpha = -\frac{2}{3}$

27 **Calcula los ángulos del primer giro que cumplen:**

a) $\cos \alpha = 0{,}989$ *b)* $\text{tg } \alpha = 2{,}5$

Utilizando la calculadora:

a) 8° 30′ 22,13″ y 351° 29′ 37,9″ en el primer giro.

b) 68° 11′ 54,93″ y 248° 11′ 54,93″ en el primer giro.

28 **Utilizando la calculadora, averigua el valor que tiene el ángulo α.**

a) $\text{sen } \alpha = -0{,}15,\ \alpha < 3\pi/2$

b) $\cos \alpha = -0{,}92,\ \alpha > \pi$

c) $\text{tg } \alpha = 2{,}35,\ \alpha > \pi$

d) $\text{cotg } \alpha = 0{,}36,\ \alpha < \pi/2$

a) 188° 37′ 37″ *c)* 246° 56′ 55,3″

b) 203° 4′ 26″ *d)* 70° 12′ 4″

Expresiones trigonométricas

29 **Simplifica las siguientes expresiones trigonométricas.**

a) $\dfrac{\cos(\pi + \alpha) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)}$

b) $\dfrac{\cos^2 \alpha}{1 + \text{sen } \alpha}$

c) $(2 - \text{cosec}^2 \alpha) : \dfrac{\text{sen}^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\text{sen}^2 \alpha}$

d) $\dfrac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) + \text{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$

e) $\text{sen}^4 \alpha + \text{sen}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

f) $\dfrac{\cos^3 \alpha + \cos \alpha \cdot \text{sen}^2 \alpha}{\text{sen}^3 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \text{sen } \alpha}$

g) $\dfrac{-\text{sen } \alpha - \cos^2 \alpha + 1}{\text{sen } \alpha} \cdot (1 + \text{sen } \alpha)$

a) Sustituyendo en función del ángulo α, se obtiene:

$$\frac{-\cos \alpha - \cos \alpha}{-\cos \alpha - \cos \alpha} = 1$$

b) Expresando el coseno en función del seno:

$$\frac{1 - \text{sen}^2 \alpha}{1 + \text{sen } \alpha} = \frac{(1 + \text{sen } \alpha) \cdot (1 - \text{sen } \alpha)}{1 + \text{sen } \alpha} = 1 - \text{sen } \alpha$$

c) Recordando que la cosecante es la inversa del seno y reduciendo a común denominador el primer paréntesis, y dado que:

$$\text{sen}^4 \alpha - \cos^4 \alpha = (\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = \\ = \text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

tenemos:

$$\frac{2\,\text{sen}^2 \alpha - 1}{\text{sen}^2 \alpha} \cdot \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \\ = \frac{2\,\text{sen}^2 \alpha - (\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \\ = \frac{\text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = 1$$

d) Sustituimos por sus valores y operamos.

$$\frac{(1/\sqrt{2}) + (1/\sqrt{3})}{(\sqrt{3}/2) - 0} = \\ = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})/\sqrt{6}}{\sqrt{3}/2} = \\ = \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3\sqrt{2}}$$

e) Factorizando la expresión, se obtiene:

$$\text{sen}^2 \alpha\,(\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \text{sen}^2 \alpha$$

f) Factorizamos numerador y denominador, simplificamos y se obtiene:

$$\frac{\cos \alpha\,(\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha)}{\text{sen } \alpha\,(\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{\text{sen } \alpha} = \text{cotg } \alpha$$

g) Dado que $1 - \cos^2 \alpha = \text{sen}^2 \alpha$, se sustituye, se simplifica y se obtiene:

$$\frac{-\text{sen } \alpha + \text{sen}^2 \alpha}{\text{sen } \alpha} \cdot (1 + \text{sen } \alpha) = \\ = (-1 + \text{sen } \alpha)(1 + \text{sen } \alpha) = \\ = \text{sen}^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha$$

30 **Demuestra, de forma razonada, las siguientes igualdades.**

a) $\dfrac{\sec^2 \alpha}{\cotg \alpha}(1-\operatorname{sen}^2\alpha)\cdot \operatorname{cosec}^2\alpha = \dfrac{\operatorname{cosec}\alpha}{\cos\alpha}$

b) $(1-\operatorname{sen}^2\alpha)\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{1+\cos^2\alpha}{2-\operatorname{sen}^2\alpha}\cdot \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{sen}\alpha$

c) $\cotg^2\alpha\cdot\cos^2\alpha - \cotg^2\alpha = -\cos^2\alpha$

d) $\dfrac{\cos^4\alpha-\operatorname{sen}^4\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha} = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$

e) $(1+\operatorname{tg}\alpha)\cdot(1+\cotg\alpha) = \dfrac{(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha}$

a) $\sec^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}, \dfrac{1}{\cotg\alpha} = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha},$

$(1-\operatorname{sen}^2\alpha) = \cos^2\alpha$, $\operatorname{cosec}^2\alpha = 1/\operatorname{sen}^2\alpha$

Sustituimos en el primer miembro de la igualdad:

$$\frac{1}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos^2\alpha\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}^2\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha\cdot\operatorname{sen}\alpha} = \frac{\operatorname{cosec}\alpha}{\cos\alpha}$$

b) $1-\operatorname{sen}^2\alpha = \cos^2\alpha \qquad \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{sen}\alpha/\cos\alpha$

$1+\cos^2\alpha = 1+1-\operatorname{sen}^2\alpha = 2-\operatorname{sen}^2\alpha$

Sustituimos en el primer miembro y simplificamos:

$$\cos^2\alpha\cdot\frac{1}{\cos\alpha}\cdot\frac{2-\operatorname{sen}^2\alpha}{2-\operatorname{sen}^2\alpha}\cdot\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} =$$

$$= \cos^2\alpha\cdot\frac{1}{\cos\alpha}\cdot 1\cdot\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{sen}\alpha$$

c) Factorizando y expresando $\cos^2\alpha - 1 = -\operatorname{sen}^2\alpha$, se obtiene:

$$\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha}\cdot(-\operatorname{sen}^2\alpha) = -\cos^2\alpha$$

d) Expresando la diferencia de cuadrados como suma por diferencia, la suma vale 1. Luego se separa el primer miembro en dos fracciones y se simplifica:

$$\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha} - \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha} =$$

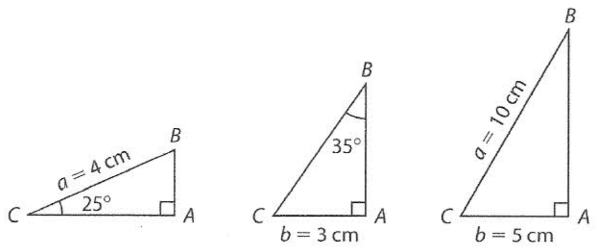
$$= \cotg\alpha - \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} - \operatorname{tg}\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$$

e) Expresando la tangente y la cotangente en función del seno y del coseno, y reduciendo a común denominador cada paréntesis, cuando se multiplican estos se obtiene:

$$\frac{\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2}{\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha}$$

Triángulos rectángulos

31 **Resuelve cada uno de los triángulos rectángulos de la figura.**



a) $B = 90° - 25° = 65°$

$b = 4\cdot\cos 25° = 3{,}63$ cm; $c = 4\cdot\operatorname{sen} 25° = 1{,}69$ cm

b) $C = 90° - 35° = 55°$

$c = \dfrac{3}{\operatorname{tg} 35°} = 4{,}28$ cm; $a = \dfrac{3}{\operatorname{sen} 35°} = 5{,}23$ cm

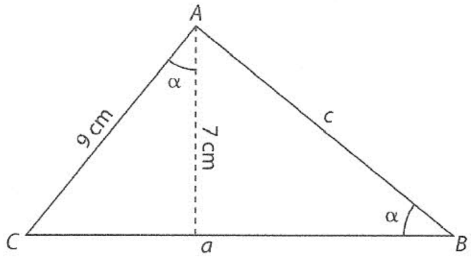
c) $\operatorname{sen} B = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$

$B = 30°$; $C = 60°$; $c = \sqrt{a^2-b^2} = 5\sqrt{3}$ cm $= 8{,}66$ cm

32 **Calcula el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte, sabiendo que una estatua proyecta una sombra que mide tres veces su altura.**

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3},\ \alpha = 18{,}435° = 18°\,26'\,6''$$

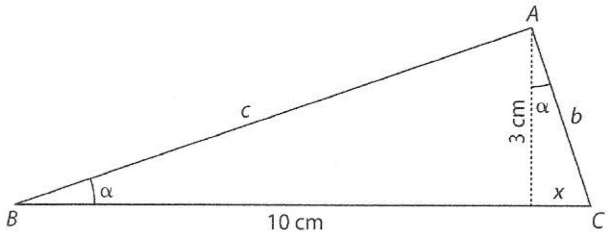
33 **En un triángulo *ABC*, rectángulo en *A*, conocemos la altura correspondiente al vértice *A*, que es 7 cm, y el cateto *b* que es de 9 cm. Calcula el valor de los ángulos *B* y *C*, del cateto *c*, y de la hipotenusa, *a*.**



$\cos B = \cos\alpha = \dfrac{7}{9} \Rightarrow B = 38°\ 56'\ 32{,}79''$, y por tanto: $C = 51°\,3'\,27{,}21''$

Por otra parte: $\operatorname{sen} B = \dfrac{9}{a} \Rightarrow a = 14{,}32$ cm y $c = 11{,}14$ cm

34 **En un triángulo rectángulo, conocemos la altura correspondiente relativa a la hipotenusa, que es 3 cm, y la hipotenusa, *a* = 10 cm. Calcula el valor de los ángulos agudos, y la medida de los catetos.**



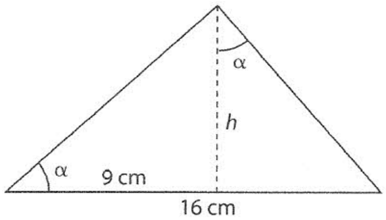
Podemos plantear: $\dfrac{3}{10-x} = \dfrac{x}{3} \Rightarrow x = 1$ y $x = 9$

Esto significa que la altura determina sobre la hipotenusa dos segmentos, de 9 cm y 1 cm. En la figura, con $x = 1$:

$\operatorname{tg}\alpha = 1/3 \Rightarrow B = 18°\,26'\,6''$, y por tanto, el otro ángulo agudo es, aproximadamente, $C = 71°\,33'\,54''$.

$\operatorname{sen}\alpha = 3/c \Rightarrow c = 3\sqrt{10}$ cm $= 9{,}49$ cm y $b = \sqrt{10}$ cm $= 3{,}16$ cm

35 **Conociendo la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, 16 cm, y que la proyección ortogonal de uno de los catetos sobre ella es de 9 cm, calcula el área del triángulo.**

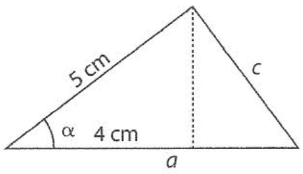


Tomando la hipotenusa como la base del triángulo, podemos calcular la altura correspondiente a la hipotenusa:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{9} = \frac{16-9}{h} \Rightarrow h^2 = 63 \Rightarrow h = \sqrt{63}\text{ cm}$$

El área será: $A = \dfrac{b\cdot h}{2} = 8\sqrt{63}\text{ cm}^2 = 63{,}50\text{ cm}^2$

36 **En un triángulo rectángulo, un cateto, *b*, mide 5 cm y su proyección sobre la hipotenusa 4 cm. Calcula la longitud de la hipotenusa y del otro cateto.**



Sea a la longitud de la hipotenusa, y c la del otro cateto.

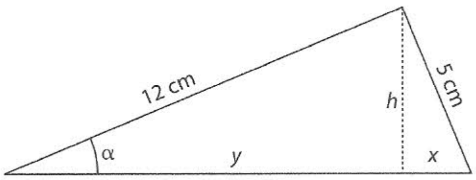
$$\cos\alpha = \frac{4}{5} = \frac{5}{a} \Rightarrow a = \frac{25}{4}\text{ cm}$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}\text{ y }\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

Como también tenemos que $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{5} \Rightarrow c = 5\operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{4}$ cm

Por tanto, la hipotenusa mide 6,25 cm y el otro cateto, 3,75 cm.

37 **Construye un triángulo rectángulo cuyos catetos midan $b = 5$ cm y $c = 12$ cm. Calcula la longitud de la hipotenusa, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa, la altura correspondiente a la hipotenusa y los ángulos agudos de dicho triángulo.**



Aplicando Pitágoras, la hipotenusa mide $a = x + y = 13$ cm.

A partir de la figura, podemos deducir:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{5}{13} = \frac{h}{12} = \frac{x}{5}$$

de lo que se deduce lo siguiente:

$\alpha = B = 22°\ 37'\ 11{,}51''$, su complementario: $C = 67°\ 22'\ 48{,}49''$

$h = \frac{60}{13} = 4{,}62$ cm; $x = \frac{25}{13} = 1{,}92$ cm

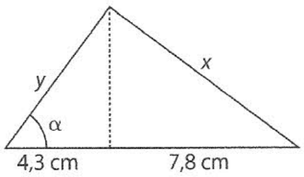
y la otra proyección, y, será: $y = 13 - \frac{25}{13} = \frac{144}{13} = 11{,}08$ cm,
$y = 12 \cdot \cos\alpha = 11{,}08$ cm

38 **En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa la divide en dos segmentos de 4,3 y 7,8 cm, respectivamente. Calcula:**

***a)* Los ángulos agudos del triángulo.**

***b)* La longitud de los catetos.**

***c)* Su área.**



A partir de la figura $\operatorname{sen}\alpha = \frac{x}{12{,}1} = \frac{7{,}8}{x}$

Luego podemos calcular $x = 9{,}71$ cm

a) Con x podemos calcular los ángulos del triángulo:

$\alpha = 53°\ 24'\ 24{,}18''$, su complementario: $36°\ 35'\ 35{,}82''$

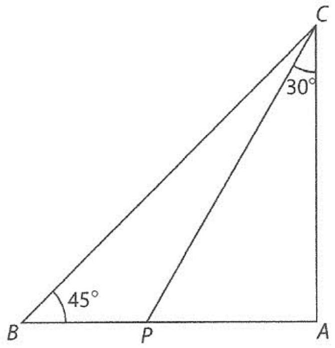
b) El otro cateto, y, se puede calcular por Pitágoras o a partir del ángulo α, y resulta ser $y = 7{,}21$ cm.

c) Con los dos catetos se puede calcular el área del triángulo, que es de 35,04 cm^2.

39 **Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide $B = 27°\ 45'\ 12''$ y su cateto opuesto, $b = 4$ cm. ¿Cuánto miden los otros lados y ángulos del triángulo?**

La hipotenusa mide $a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = 8{,}59$ cm, el otro cateto, $c = \frac{b}{\operatorname{tg} B} = 7{,}60$ cm, y el otro ángulo agudo, $62°\ 14'\ 48''$.

40 **Calcula el perímetro del triángulo rectángulo *ABC*, sabiendo que la longitud del segmento *CP* es $2\sqrt{3}$ cm.**



$AC = CP \cdot \cos 30° = 3$ cm

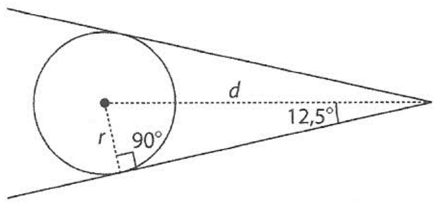
$AB = AC = 3$ cm, puesto que el ángulo $B = 45°$

Por Pitágoras, $CB = 3\sqrt{2}$ cm.

El perímetro es pues: $P = 6 + 3\sqrt{2} = 10{,}24$ cm

Problemas de aplicación

41 **Una circunferencia mide 48,56 cm y las dos tangentes trazadas desde un punto exterior forman un ángulo de 25°. Calcula la distancia del centro de la circunferencia a dicho punto.**



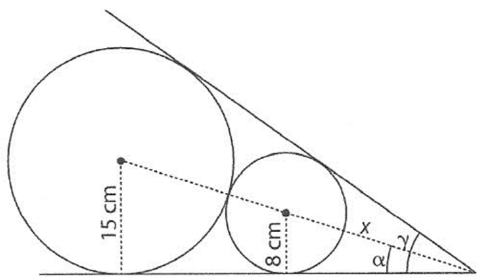
En primer lugar, calculamos el radio de la circunferencia:

$$r = \frac{48{,}56}{2\pi} = 7{,}73\text{ cm}$$

Ahora ya se puede hallar la distancia pedida:

$$\operatorname{sen} 12{,}5° = \frac{r}{d} \Rightarrow d = \frac{r}{\operatorname{sen} 12{,}5°} \Rightarrow d = 35{,}71\text{ cm}$$

42 **Los radios de dos circunferencias tangentes exteriormente son de 15 cm y 8 cm, respectivamente. Calcula el ángulo que forman sus tangentes comunes.**

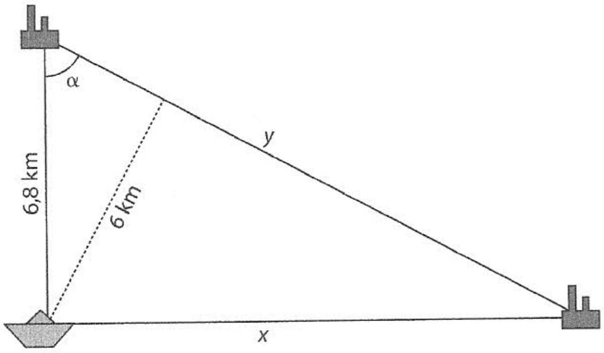


Por semejanza de triángulos: $\frac{8}{x} = \frac{15}{x + 23} \Rightarrow x = 26{,}29$ cm

Por lo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{8}{x} \Rightarrow \alpha = 17{,}719°$

$\Rightarrow 2\alpha = 35{,}438° = 35°\ 26'\ 16{,}31''$

43 **Bajo un ángulo de 90°, un barco divisa dos plataformas petrolíferas. Se sabe que la distancia a una de las plataformas es de 6,8 km, y que la distancia a la línea imaginaria que las une es de 6 km. Calcula la distancia que hay entre las plataformas y la distancia del barco a la segunda plataforma.**



Sea x la distancia a la segunda plataforma e y la distancia entre las plataformas:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{6}{6{,}8}$$

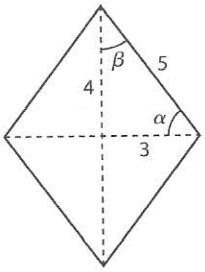
De esta igualdad se deduce el ángulo y a partir de él, tenemos que:

$x = 6{,}8 \cdot \text{tg}\,\alpha = 12{,}75$ km

$y = \dfrac{6{,}8}{\cos\alpha} = 14{,}45$ km

Las distancias son, aproximadamente, 14,45 km y 12,75 km, respectivamente.

44 **Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que la longitud de sus lados es de 5 cm y que sus diagonales miden 6 cm y 8 cm.**



A partir de la figura, se puede deducir que:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{4}{3}$$

Por lo que $\alpha = 53{,}13°$.

Y como β es el ángulo complementario de α, vale $\beta = 36{,}87°$.

Por lo tanto, los ángulos del rombo de la figura son 106° 15′ 37″ y 73° 44′ 23′.

45 **Desde un helicóptero que vuela a 300 m de altura se observa un pueblo, bajo un ángulo de depresión de 25°. Calcula la distancia del helicóptero al pueblo medida sobre la horizontal.**

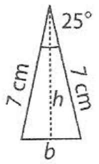
$$\text{tg}\,25° = \frac{300}{x} \Rightarrow x = 643{,}35 \text{ m}$$

46 **El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide 32° 24′ 36″. El lado desigual mide 7 cm. Calcula el área del triángulo.**

$$h = \frac{3{,}5}{\text{tg}\,16°\,12'\,18''}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3{,}5}{\text{tg}\,16°\,12'\,18''} = 42{,}15 \text{ cm}^2$$

47 **El ángulo desigual de un triángulo isósceles es de 25°. Los lados iguales miden 7 cm cada uno. Calcula el área del triángulo.**



Para calcular la altura del triángulo hacemos:

$$h = 7 \cdot \cos 12{,}5° = 6{,}834 \text{ cm}$$

Ahora calculamos la mitad de la base:

$$\frac{b}{2} = 7 \cdot \text{sen}\,12{,}5° = 1{,}515 \text{ cm}$$

El área del triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = 10{,}35 \text{ cm}^2$$

48 **El área de un triángulo rectángulo es 30 cm², y su hipotenusa mide 13 cm. Averigua el valor de los ángulos agudos de dicho triángulo.**

$$\begin{cases} \dfrac{b \cdot c}{2} = 30 \\ 13^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow b = 12 \text{ y } c = 5$$

De $\text{sen}\,C = \dfrac{c}{13}$ se deduce que $C = 22°\,37'\,11{,}51''$, luego

$B = 90° - C = 67°\,22'\,48{,}49''$

Los ángulos agudos son, aproximadamente 67° 22′ 48,49″ y 22° 37′ 11,51″.

49 **Un grupo de bomberos intenta llegar con una escalera de 5 m de longitud a una ventana de un edificio que está situada a 4 m del suelo, de donde sale una densa nube de humo. ¿A qué distancia de la pared del edificio habrán de colocar los bomberos el pie de la escalera para poder entrar por la ventana?**

Simplemente por Pitágoras, $d = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ m

50 **Situados en un punto de un terreno horizontal, el ángulo que forma la visual dirigida al punto más alto de un árbol con la horizontal, es de 60°. ¿Cuál será el ángulo que se formará si nos alejamos a una distancia del árbol el triple de la inicial?**

Mediante un esquema y llamando x a la distancia inicial, tenemos que:

$$\begin{cases} \text{tg}\,60° = h/x \\ \text{tg}\,\alpha = h/3x \end{cases} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{tg}\,60°}{3} \Rightarrow \alpha = 30°$$

51 **Desde el suelo, vemos la terraza de un rascacielos bajo un ángulo de 40°. ¿Con qué ángulo la veríamos desde una distancia que fuera la mitad de la anterior?**

Mediante un esquema y llamando x a la distancia inicial, tenemos que:

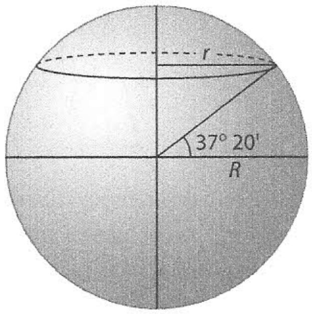
$$\begin{cases} \text{tg}\,40° = h/x \\ \text{tg}\,\alpha = 2h/x \end{cases} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = 2\text{tg}\,40° \Rightarrow \alpha = 59°\,12'\,36{,}96''$$

52 **La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide el triple que uno de los catetos. Averigua el valor de los ángulos de este triángulo y la relación entre la hipotenusa y el otro cateto.**

Por Pitágoras, el otro cateto mide $2\sqrt{2}$ del primero, por lo que la relación entre la hipotenusa y él es $\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$.

Luego los ángulos agudos miden 70° 31′ 43,61″ y 19° 28′ 16,39″.

53 **El radio terrestre, *R*, mide alrededor de 6 370 km. ¿Cuál es la longitud aproximada del paralelo que pasa por Sevilla? (Latitud de Sevilla: 37° 20′)**



Del dibujo deducimos: $r = R \cdot \cos 37° 20' = 5\,064{,}92$ km.

Por tanto, la longitud del paralelo será $2\pi r = 31\,823{,}83$ km.

54 **Calcula los ángulos que determina la diagonal de una caja de zapatos de 35 × 20 × 15 cm con cada una de las caras.**

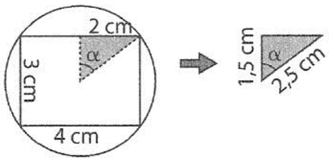
$$D = \sqrt{35^2 + 20^2 + 15^2} = \sqrt{1\,850} \text{ cm}$$

Con la cara de 35 × 20: $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{15}{\sqrt{1\,850}} \Rightarrow \alpha = 20°\ 24'\ 37{,}6''$

Con la cara de 35 × 15: $\text{sen}\ \beta = \dfrac{20}{\sqrt{1\,850}} \Rightarrow \beta = 27°\ 42'\ 34{,}6''$

Con la cara de 15 × 20: $\text{sen}\ \gamma = \dfrac{35}{\sqrt{1\,850}} \Rightarrow \gamma = 54°\ 27'\ 44{,}36''$

55 **Un rectángulo de 3 cm × 4 cm está inscrito en una circunferencia. Calcula cuánto miden los arcos que determina en ella.**



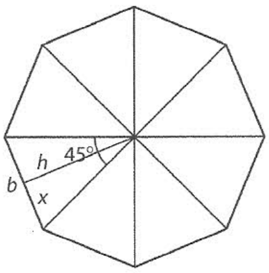
La diagonal del rectángulo mide 5 cm y el radio, 2,5 cm. Los ángulos que determinan las diagonales son:

$\text{tg}\ \alpha = \dfrac{2}{1{,}5} \Rightarrow \alpha = 53{,}13° \Rightarrow 2\alpha = 106{,}26°$ y, por tanto, el otro ángulo será 73,74°.

Los arcos medirán, dos a dos:

$$106{,}26° \cdot \frac{2\pi \cdot 2{,}5}{360°} = 4{,}64 \text{ cm};\ 73{,}74° \cdot \frac{2\pi \cdot 2{,}5}{360°} = 3{,}22 \text{ cm}$$

56 **Halla el área de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 5 m de radio.**



El octógono se puede dividir en ocho triángulos isósceles cuyo ángulo desigual es de 45° y sus lados iguales miden 5 m.

A partir del dibujo se observa que:

$$h = 5 \cdot \cos 22{,}5° = 4{,}619 \text{ m}$$

$$b = 2 \cdot x = 2 \cdot 5 \text{ sen } 22{,}5° = 3{,}827 \text{ m}$$

El área del octógono es el área de ocho triángulos iguales:

$$A = 8 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 4 \cdot b \cdot h = 70{,}71 \text{ m}^2$$

57 **Un pentágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 10 cm. Calcula:**

a) **El área del pentágono.**

b) **El área de la corona circular que forman dicha circunferencia y la circunferencia inscrita en el pentágono.**

a) El ángulo central del pentágono mide 72°. Si l es el lado:

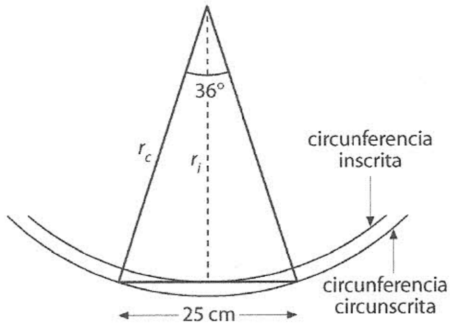
$$l/2 = 10\text{sen } 36° = 5{,}88 \text{ cm} \Rightarrow l = 11{,}76 \text{ cm}$$

La apotema mide: $a = 10\cos 36° \cong 8{,}09$ cm

$$A = 5 \cdot \frac{2 \cdot 10\text{sen } 36° \cdot 10\cos 36°}{2} = 237{,}76 \text{ cm}^2$$

b) El radio de la circunferencia inscrita es $a = 10\cos 36° = 8{,}09 \text{ cm} \Rightarrow A = \pi(10^2 - 8{,}09^2) = 108{,}54 \text{ cm}^2$

58 **Calcula el radio de la circunferencia inscrita y circunscrita a un decágono regular de 25 cm de lado.**



Este decágono se puede descomponer en diez triángulos isósceles de ángulo desigual 36° y de lado desigual 25 cm.

El radio de la circunferencia circunscrita mide lo que uno de los lados iguales de estos triángulos, r_c.

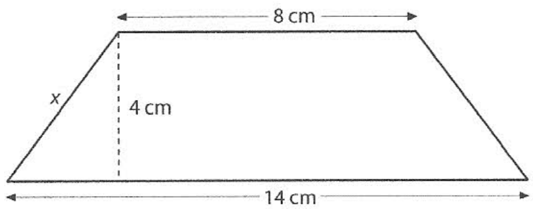
El radio de la circunferencia inscrita mide lo que la altura de uno de estos triángulos, r_i.

$$r_c = \frac{12{,}5}{\text{sen } 18°} = 40{,}45 \text{ cm} \qquad r_i = \frac{12{,}5}{\text{tg } 18°} = 38{,}47 \text{ cm}$$

59 **Un club náutico dispone de una rampa para efectuar saltos de esquí acuático. Esta rampa tiene una longitud de 8 m y su punto más elevado se encuentra a 2 m sobre el nivel del agua. Si se pretende que los esquiadores salgan desde un punto a 2,5 m de altura, ¿cuántos metros hay que alargar la rampa sin variar el ángulo de inclinación?**

Se ha de mantener $\text{sen}\ \alpha = 0{,}25$ si el ángulo de inclinación ha de ser el mismo; así, para saltar desde 2,5 m de altura se necesitarán $2{,}5/0{,}25 = 10$ m, es decir, hay que alargarla 2 m.

60 **Un trapecio regular tiene una altura de 4 cm y sus bases miden 8 cm y 14 cm, respectivamente. Calcula su perímetro, su área y el valor de sus ángulos.**



Como se observa en el dibujo, $x = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$, por tanto:

$$P = 14 + 8 + 2 \cdot 5 = 32 \text{ cm}$$

$$A = \frac{8 + 14}{2} \cdot 4 = 44 \text{ cm}^2$$

Sus ángulos agudos tienen por tangente 4/3, es decir, son, aproximadamente, de 53,13°, y por lo tanto, sus ángulos obtusos valen, aproximadamente: $90° + 36{,}87° = 126{,}87°$

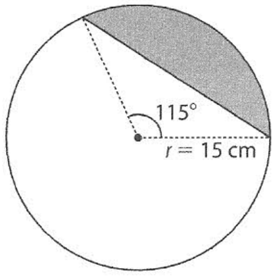
61 **En un círculo de 14 cm de radio, calcula el perímetro de un sector circular correspondiente a un ángulo central de 40°.**

40° son $40° \cdot \dfrac{\pi}{180°} = 0{,}698$ rad, por tanto, la longitud del arco de circunferencia que determina un ángulo de 40° en este círculo de radio 14 cm es, aproximadamente:

$$14 \cdot 0{,}698 = 9{,}77 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot r + 9{,}772 = 37{,}77 \text{ cm}$$

62 **Calcula el área del segmento circular correspondiente a un ángulo central de 115° en una circunferencia de 15 cm de radio.**



Debemos calcular el área de la zona sombreada.

Calculamos primero el área del sector circular y, a continuación, le restamos el área del triangulo isósceles cuyo ángulo desigual mide 115° y sus lados iguales, 15 cm:

$$A_{\text{sector}} = \frac{115}{360}\pi \cdot 15^2 = 225{,}80 \text{ cm}^2$$

Ahora se calcula la altura del triángulo correspondiente a uno de los lados iguales:

$$h = 15 \cdot \text{sen } 115°$$

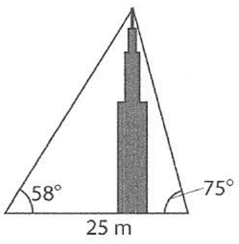
Y el área del triángulo es:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{15 \cdot 15 \cdot \text{sen } 115°}{2} = 101{,}96 \text{ cm}^2$$

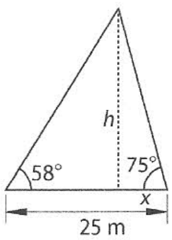
Por tanto, el área del segmento circular es de:

$$A = 225{,}80 - 101{,}96 = 123{,}84 \text{ cm}^2$$

63 **Dos observadores ven el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 58° y 75°, respectivamente, tal como indica la figura. La distancia que los separa es de 25 metros. Calcula la altura de la torre.**



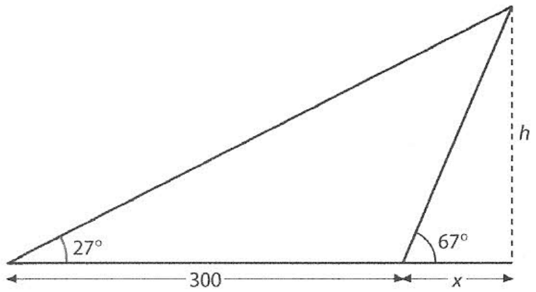
Con el siguiente dibujo, podemos plantear un sistema:



$$\begin{cases} \text{tg } 58° = \dfrac{h}{25 - x} \\ \text{tg } 75° = \dfrac{h}{x} \end{cases}$$

Se obtiene $h = 28$ m.

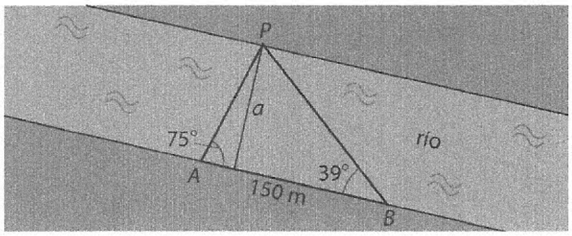
64 **Observamos la cima de una montaña bajo un ángulo de elevación de 67°. Si nos alejamos 300 m, el ángulo de elevación es de 27°. Calcula la altura de la montaña.**



$$\begin{cases} \text{tg } 67° = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg } 27° = \dfrac{h}{(300 + x)} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow h(\text{tg } 67° - \text{tg } 27°) = 300 \cdot \text{tg } 67° \cdot \text{tg } 27° \Rightarrow h = 195{,}04$ m

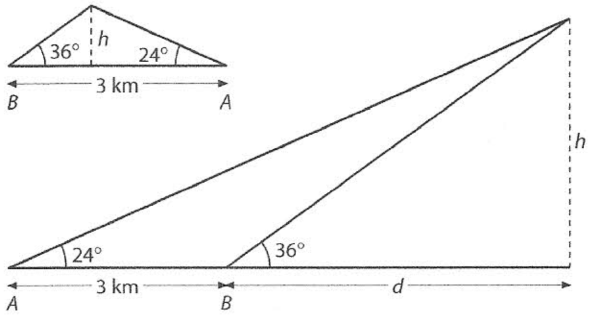
65 **Para medir la anchura de un río, dos amigos se colocan en una de las orillas separados una distancia de 150 m. Los dos miden el ángulo que forma su visual a un árbol, punto de la orilla contraria con la recta que los une, y resultan 39° y 75°, tal como indica la figura. ¿Cuál es la anchura del río?**



$$\begin{cases} \text{tg } 75° = \dfrac{a}{(150 - x)} \\ \text{tg } 39° = \dfrac{a}{x} \end{cases} \Rightarrow a = 99{,}81 \text{ m}$$

66 **Desde dos puntos distantes entre sí 3 km se observa un globo sonda. El ángulo de elevación desde uno de los puntos, *A*, es 24° y desde el otro, *B*, 36°. ¿Cuál es el punto más próximo al globo sonda? ¿Y la altura del globo?**

Del enunciado no se deduce si el globo está situado en un punto entre *A* y *B*, o si está a un mismo lado de *A* y *B*. Como se observa en los dibujos, en cualquier caso está más próximo a *B*.



Caso *a)*

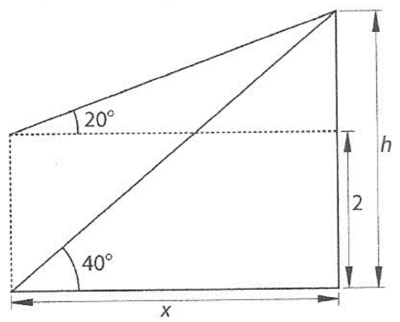
$$\begin{cases} \text{tg } 36° = h/d \\ \text{tg } 24° = h/(3 - d) \end{cases} \Rightarrow d = 1{,}86 \text{ km}; h = 0{,}83 \text{ km}$$

Caso *b)*

Hay que resolver el sistema:

$$\begin{cases} \text{tg } 36° = h/d \\ \text{tg } 24° = h/(3 + d) \end{cases} \Rightarrow d = 4{,}75 \text{ km}; h = 3{,}45 \text{ km}$$

67 **Desde un punto observamos la copa de un árbol bajo un ángulo de 40°. Desde ese mismo punto, pero a una altura de 2 m, vemos la copa bajo un ángulo de 20°. Calcula la altura del árbol y la distancia a la que nos encontramos de él.**

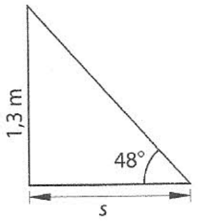


Como se observa en la figura, se puede plantear este sistema:

$$\begin{cases} \text{tg } 40° = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg } 20° = \dfrac{h-2}{x} \end{cases}$$

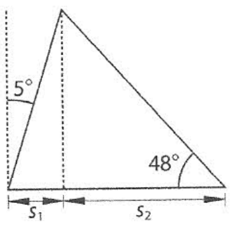
$\Rightarrow h(\text{tg } 40° - \text{tg } 20°) = 2 \cdot \text{tg } 40° \Rightarrow h = 3{,}53$ m y $x = 4{,}21$ m

68 **El ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte es de 48°. Calcula la longitud de la sombra que proyectará una estaca clavada verticalmente en el suelo si su longitud es de 1,3 m. ¿Cuál sería la longitud de la sombra de la estaca si esta estuviera inclinada 5° respecto de la vertical?**



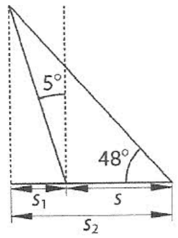
Si la estaca está clavada verticalmente, según la figura:

$$s = \frac{130}{\text{tg } 48°} = 117{,}05 \text{ cm}$$



Si la estaca está inclinada «en contra del Sol» 5° respecto de la vertical, según se observa en la figura: $s = s_1 + s_2$

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 130 \cdot \text{sen } 5° = 11{,}33 \text{ cm} \\ s_2 = \dfrac{130 \cdot \cos 5°}{\text{tg } 48°} = 116{,}61 \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow s = 127{,}94 \text{ cm}$$

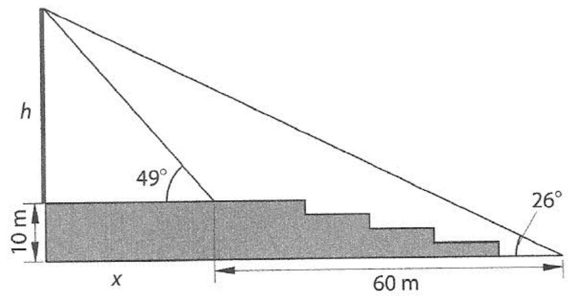


Si la estaca está inclinada «hacia el Sol» respecto de la vertical, según se observa en la figura:

$s_1 = 130 \cdot \text{sen } 5° = 11{,}33$ cm $\quad s_2 = \dfrac{130 \cdot \cos 5°}{\text{tg } 48°} = 116{,}61$ cm

Por tanto: $s = 105{,}28$ cm

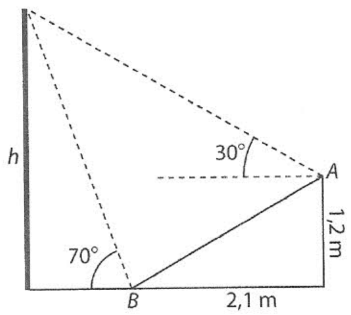
69 **Desde un punto situado a una cierta distancia de la fachada de un edificio, observamos su punto más alto bajo un ángulo de 49°, tal como se indica en la figura. Nos alejamos 60 m, bajando unas escaleras, y desde un punto 10 m por debajo del anterior, vemos el mismo punto en lo alto del edificio bajo un ángulo de 26°. Calcula la altura del edificio.**



Sea h la altura del edificio y x la distancia del edificio al primer punto de observación, se puede plantear este sistema:

$$\begin{cases} \text{tg } 49° = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg } 26° = \dfrac{h+10}{x+60} \end{cases} \Rightarrow h = 33{,}44 \text{ m}$$

70 **Para calcular la altura de un mural, realizamos dos mediciones desde dos puntos *A* y *B*, como se indica en la siguiente figura. Calcula la distancia de ambos puntos al mural, y la altura de este.**



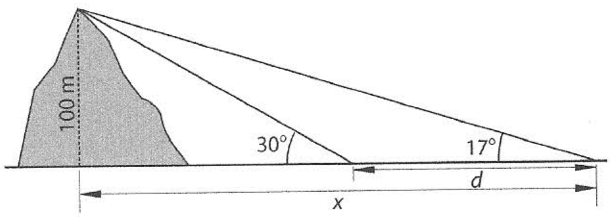
Sea x la distancia del mural al punto B. Planteamos este sistema:

$$\begin{cases} \text{tg } 70° = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg } 30° = \dfrac{h-1{,}2}{x+2{,}1} \end{cases} \Rightarrow x = 1{,}11 \text{m}, h = 3{,}05 \text{ m}$$

La distancia de A al mural es de 3,21 m y la distancia de B al mural es de 1,11 m.

La altura del mural es de $h = 3{,}05$ m.

71 **Se observa la cima de un promontorio de altura 100 m bajo un ángulo de 17°. Nos acercamos una cierta distancia y entonces el ángulo de elevación es de 30°. Calcula qué distancia nos hemos acercado.**



$$\text{tg } 17° = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 327{,}085 \text{ m}$$

$$\text{tg } 30° = \frac{100}{x-d} \Rightarrow d = 153{,}88 \text{ m}$$

Nos hemos acercado 153,88 m.